

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية

الشعبة : العلوم التجريبية

المدة : 3 ساعات ونصف

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :

ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \bar{i}; \bar{j})$ . نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقها على

الترتيب  $z_C = -1 - i$  و  $z_B = -1 - \sqrt{3}$  ،  $z_A = 1 + i$

ما (1 أ) اكتب العدد المركب  $L$  المعروف بـ :  $L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$  على الشكل الجبري ثم على شكله الأسّي .

ب) استنتج أن :  $(\bar{i}; \overline{OA}) = (\overline{BC}; \overline{BA})$ .

ب) (2) اكتب على الشكل المثلي العدد المركب  $\left[ \left( \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \right) L \right]^{2011}$

ب) (3 أ) عين  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه الذي مركزه  $C$  وزاويته  $-\frac{\pi}{6}$  ونسبته  $\left( \frac{\sqrt{3}+1}{2} \right)$

ب) ما طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

ج) بين أن  $\frac{AC}{BC} = \frac{BD}{AB} = \sqrt{2}$

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ :  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 2}$

ب) (1) احسب  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$ .

ب) (2 أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > 0$ .

ب) (2 ب) عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

ب) (3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}$

ب) (3 أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 2.

ب) (3 ب) عين عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أن  $u_n = \frac{1}{3 \times 2^{n-1} - 1}$

ب) (3 ج) احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

التمرين الثالث :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقطتين  $A(2; 1; -2)$  و  $B(3; -1; 0)$  الشعاع  $\vec{u}(1; 2; -1)$  والمستوي  $(P)$  الذي معادلته  $x - y + 2z - 3 = 0$ . ملاحظة : الأسئلة مستقلة عن بعضها.

1 أ) عين العناصر المميزة لمجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق  $\|4\vec{MA} - 2\vec{MB}\| = 3$ .

2) عين إحداثيات النقطة  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(P)$ .

3 أ) نعتبر المستقيم  $(D)$  الذي يمر بالنقطة  $A$  ويوازي الشعاع  $\vec{u}$  والمستقيم  $(D')$  الذي تمثيله الوسيط

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

بين أن المستقيمين  $(D)$  و  $(D')$  من نفس المستوي.

4 ب) عين معادلة المجموعة  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من  $A$  و  $B$ .

5 ب) عين وضعية سطح الكرة الذي مركزه  $B$  ونصف قطره  $\frac{1}{2}$  بالنسبة للمستوي  $(P)$ .

التمرين الرابع :

I- علما أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$  بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ .

II- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ  $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1 أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

2 ب) احسب مشتق الدالة  $g$  ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

3 أ) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$ .

4 ب) بين أن المعادلة  $g(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]0.1; 0.3[$ .

III- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ  $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1 أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2 ب) بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0, +\infty[$  وأن  $f'(x) = g(x)$

3 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها  $\frac{1}{2}$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

4 ب) عين معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(\Delta)$ .

5 ب) لتكن  $M$  نقطة من  $(C_f)$  فاصلتها  $x$ . عين نهاية معامل توجيه المستقيم  $(OM)$  لما  $x$  يؤول إلى 0 عن اليمين. ماذا تستنتج؟

6 ب) أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

7 ب) أ) بين أن معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها  $\alpha$  هي  $y = x - \alpha^2 + \alpha$

ب) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $x^2 - x(1 + \ln x) - m = 0$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول :

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\square$  المعادلة التالية:  $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$ .
- (2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقها على الترتيب  $z_A = 3 + i\sqrt{3}$  ،  $z_B = 3 - i\sqrt{3}$  ، و  $z_C = -\sqrt{3} + 3i$  .  
أ) اكتب كل من  $z_C$  و  $z_A$  على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAC$ .
- ب) احسب قيمة العدد المركب :  $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1432} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1432}$ .
- (3) بين أن المستقيمين  $(AD)$  و  $(BC)$  متعامدين حيث النقطة  $D$  هي نظيرة النقطة  $C$  بالنسبة لمحور الفواصل.
- (4) عين نسبة وزاوية التشابه  $S$  الذي مركزه  $E(3 - \sqrt{3}; 0)$  ويحول النقطة  $A$  إلى  $C$ .
- (5) بين أن النقط  $A$  ،  $E$  ،  $O$  و  $C$  تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيينها.

### التمرين الثاني :

- نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ :  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$ .
- (1) احسب  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$ .
- (2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > 0$ .  
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  ،  $u_n > \frac{4}{3}n$ .
- ج) استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$ .
- (3) نعرف المتتالية  $(v_n)$  بـ: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n - 2n + 1$ .  
أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$ .
- ج) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  المعروف من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .  
(يمكن ملاحظة أن  $(u_n)$  هي عبارة عن مجموع متتاليتين إحداها  $(v_n)$ ).
- (4) نعتبر المتتالية  $(w_n)$  المعرفة بـ :  $w_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  $nw_n = (n+1)w_{n-1} + 3$ .  
أ) احسب  $w_1$  ،  $w_2$  ،  $w_3$  و  $w_4$  . ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟  
ب) برهن على طبيعة المتتالية  $(w_n)$ . احسب  $w_{1006}$ .

### التمرين الثالث :

- ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .
- من بين الأجوبة المقترحة توجد إجابة صحيحة واحدة. اختر الإجابة الصحيحة مع تعليل.  
لتكن النقط  $A(3; -2; 2)$  ،  $B(6; 1; 5)$  ،  $C(6; -2; -1)$  و  $D(0; 4; -1)$ .
- (1) المثلث  $ABC$  مثلث :  
أ) قائم و متقايس الساقين  
ب) قائم في  $B$   
ج) قائم
- (2) المستوي  $(P)$  الذي معادلته  $x + y + z - 3 = 0$   
أ) يعامد المستقيم  $(AB)$  ويمر بالنقطة  $C$ .  
ب) يعامد المستقيم  $(AB)$  ويمر بالنقطة  $A$ .  
ج) يوازي  $(AB)$ .
- (3) المعادلة الديكارثية للمستوي  $(P')$  العمودي على المستقيم  $(AC)$  ويمر بالنقطة  $A$  هي:  
أ)  $x + z - 5 = 0$   
ب)  $x - z + 1 = 0$   
ج)  $2x - 2z = 2$

4\ التمثيل الوسيطى للمستقيم ( $\Delta$ ) تقاطع ( $P$ ) و ( $P'$ ) هو:

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = t \end{cases} \quad (\text{ج}) \quad t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-2t \\ z = -t \end{cases} \quad (\text{ب}) \quad t \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 3+t \\ z = t \end{cases} \quad (\text{أ}) \quad t \in \mathbb{R}$$

5\ المستقيم ( $AD$ ) عمودي على المستوي

(أ) ( $ABC$ ). (ب) ( $ABD$ ) (ج) ( $BCD$ )

6\ حجم رباعي الوجوه  $ABCD$  هو

(أ)  $54uv$  (ب)  $81uv$  (ج)  $27uv$

7\ الزاوية الهندسية  $BDC$  قيسها

(أ)  $\frac{3\pi}{4}$  (ب)  $\frac{\pi}{3}$  (ج)  $\frac{\pi}{4}$

8\ المسافة بين النقطة  $A$  والمستوي ( $BDC$ ) تساوي

(أ) 3 (ب)  $\sqrt{6}$  (ج)  $3\sqrt{3}$

التمرين الرابع :

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1\ بين أن  $g$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ثم احسب  $g'(x)$ .

2\ عين اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها ( النهايات غير مطلوبة)

3\ استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

II- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$  و ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ( $O; \vec{i}; \vec{j}$ ).

(1\ أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى ( $C_f$ ).

(2) بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  وأن  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى ( $C_f$ ).

(4) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسا ( $\Delta$ ) معامل توجيهه 1، يطلب تعيين معادلته.

(5) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]0.1; 0.2[$ .

(6) ارسم ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ ).

(7\ أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$ ..... (1)

(ب) بين أنه إذا كانت المعادلة (1) تقبل حلين  $\beta$  و  $\gamma$  فإن  $\beta e^\gamma = \gamma e^\beta$ .

(8) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (x - 1)(1 + e^{3-x})$  و ( $C_h$ ) في المعلم السابق

(أ) بين أن  $h(x) = f(x - 1) + 1$  ثم استنتج كيفية إنشاء ( $C_h$ ) انطلاقا من ( $C_f$ ).

(ب) ارسم ( $C_h$ ).