

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المقاطعة التفتيشية . عين الدفلى . شرق

المفتشية العامة لبيداغوجيا

المدة: 3 ساعات ونصف

الشعبة: علوم تجريبية

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$ .

1. أحسب  $u_1, u_2, u_3$ ، ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n \leq n + 3$ .

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

4. لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n: v_n = u_n - n$ .

أ. أحسب  $v_0$  ثم بين أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$ .

ب. عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ت. أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج؟

5. نضع  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $T_n = \frac{S_n}{n}$ .

- عبر عن  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2,1,0)$ ،  $B(2,-1,-2)$ ،  $C(0,1,-2)$  والمستوي  $(P)$

الذي:  $x + y + z - 3 = 0$  معادلة له.

1. بين أن النقط  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  تنتمي إلى  $(P)$ .

2. نعتبر  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء التي تحقق:  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$ .

أ. بين أن  $(S)$  سطح كرة يطلب تعيين مركزها  $I$  و نصف قطرها  $R$ .

ب. بين أن  $(S)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق دائرة  $(C)$  بيطة بالمثلث  $ABC$ .

ت. بين أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع.

3. ليكن  $(\Delta)$  المستقيم الذي يشمل  $I$  و العمودي على  $(P)$ .

أ. عين تمثيلا وسيطيا ل  $(\Delta)$ .

ب. عين احداثيات  $G$  نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(P)$ .

ت. تحقق أن  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$  ثم استنتج مركز الدائرة  $(C)$  و نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $IR$  المعادلة:  $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$ .
2. نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ، وحدة الطول  $1cm$  ، النقط  $A, B, C$  التي لاحقاً على الترتيب:  $z_C = -\sqrt{3} + i$  ،  $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$  ،  $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$  .
  - أ. أكتب كل من  $z_B$  و  $z_A$  على الشكل الأسّي.
  - ب. عين العدد الطبيعي  $n$  :  $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$  حقيقي .
  - ث. هل  $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2015}$  حقيقي ؟
  - د. عين طبيعة المثلث  $OAB$ .
3. اكتب العبارة المركبة للدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{-\pi}{3}$ .

- أ. أحسب لاحقة  $D$  ورة  $C$  بالدوران  $r$ .
- ب. بين أن لاحقة  $G$  مرجح الجملة  $\{(O; -1); (D; 1); (B; 1)\}$  هي  $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$ .
- ج. اثبت ان النقط  $C, D$  و  $G$  على استقامة واحدة.
- د. عين مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $-|z|^2 + |z - z_A|^2 + |z - z_B|^2 = 20$ .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة  $2cm$ ).

-/I الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$ .

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
  2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $0,35 < \alpha < 0,36$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$ .
- /II الدالة المعرفة على  $IR$  ب:  $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$  و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني.

1. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
2. أ- بين أن  $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$  .  
ب- عين حصر ل  $f(\alpha)$  .
3. أ- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  .  
ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .
4. أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفالمة  $x_0 = 0$  .
5. أنشئ كل من  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$  على المجال  $[-1; +\infty[$  .
6. أ/ عين الأعداد الحقيقية  $a, b$  و  $c$  حتى تكون الدالة  $F$  المعرفة ب:  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  دالة ألية للدالة:  $x \rightarrow (x^2 + 2)e^{-x}$  على  $IR$  .

ب/ أحسب بدلالة  $\alpha$  المساحة  $A(\alpha)$  للحيز المستوي المدد ب  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = -\alpha$  و  $x = 0$  .

ج/ بين أن:  $A(\alpha) = 4e^{2\alpha} + 8e^\alpha - 16$  .

## الموضوع الثاني

التمرين الأول (4,5 نقطة):

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:  $u_0 = 6$  و  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  المستقيمين  $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$  و  $(\Delta): y = x$ .

ب - مثل على الور الفوا بل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$ ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

ج - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n > 3$ .

د - ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ . استنتج تقارب المتتالية  $(u_n)$ .

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المتتالية  $(v_n)$  حيث:  $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$ .

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{2}{3}$  يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: v_n = u_n - 3$ ، استنتج  $\lim u_n$ .

(3) لتكن  $(w_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:  $w_n = \ln v_n$ .

أ - بين أن  $(w_n)$  متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب - نعتبر المجموع:  $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$

بين أن  $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$

التمرين الثاني (4 نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط:

$A(1, 2, 7)$ ،  $B(2; 0; 2)$ ،  $C(3; 1; 3)$ ،  $D(3; -6; 1)$  و  $E(4; -8; -4)$

(1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في إستقامة.

(2) ليكن  $\vec{u}$  ليكن شعاعا من الفضاء مركباته  $(1, b, c)$  حيث  $b$  و  $c$  عددا حقيقيان.

أ - عين  $b$  و  $c$  بحيث يكون  $\vec{u}$  شعاعا ناظما للمستوي  $(ABC)$ .

ب - استنتج أن:  $x - 2y + z - 4 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ .

ج - هل النقطة  $D$  تنتمي إلى المستوي  $(ABC)$ ؟

(3) نعتبر المستقيم  $(\Delta)$  الذي تمثيله الوسيطى:  $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

أ - هل المستقيم  $(\Delta)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$ .

ب - عين إحداثيات النقطة  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و المستوي  $(ABC)$ .

ادرس وضعية المستقيم  $(DE)$  بالنسبة إلى المستوي  $(ABC)$ .

التمرين الثالث (5 نقاط):

1 من أجل كل عدد مركب  $z$  نضع:  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

أ) احسب  $P(-1)$  ثم عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث يكون:  $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$

ب) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ . وحدة الطول  $2cm$ .

نعتبر النقط  $G, C, B, A$  لواحقها على الترتيب:  $z_G = 3, z_C = 2 - i\sqrt{3}, z_B = 2 + i\sqrt{3}, z_A = -1$   
(أ) مثل النقط  $G, C, B, A$ .

(ب) عين عمدة للعدد المركب  $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ : ثم استنتج طبيعة المثلث  $ACG$  و احسب مساحته .

3- (أ) أثبت أن النقطة  $G$  مرجح الجملة المتقلة:  $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$

(ب) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث:  $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{CG} = 12$

4- نعتبر  $S$  التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة  $M$  ذات الاحقة  $z$  النقطة  $M'$  ذات الاحقة  $z'$ : حيث:  $z' = (1 + i\sqrt{3})z - i\sqrt{3}$   
(أ) تعرف على طبيعة التحويل  $S$  و اذكر عنا ره المميزة.

عين  $G', C', A'$  و النقط  $G, C, A$  على الترتيب بالتحويل  $S$  ثم استنتج مساحة المثلث  $A'C'G'$ .  
التمرين الرابع: (5, 6 نقطة)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس،  $(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  حيث:

$$f(x) = 2x - 2 + \ln\left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}\right)$$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2)]$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

(3) أ. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ :  $f'(x) = \frac{2(x-1)(x^2 - x + 2)}{x(x^2 - 2x + 2)}$

ب. استنتج اشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

ج. عين حسب قيم  $x$  اشارة  $f(x)$ .

(4) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 2x - 2$

(5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $\left] -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right[$  حيث:  $f(\alpha) = 0$

(6) عين النقطة من  $(C_f)$  التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم  $(\Delta)$ . ثم أكتب معادلة له.

(7) أرسم  $(\Delta)$ ، (T) و  $(C_f)$ .

(8) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$ :  $f(x) = 2x + m$ .

(9) دالة  $F$  دالة أولية لـ  $f$  على المجال  $]-\infty; 0[$ .

\* عين اتجاه تغير الدالة  $F$

ب\* أعط تفسيراً هندسياً للعدد  $\int_{\alpha}^{-1} f(x) dx$  دون حسابه.

تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا