

التمرين الأول ( 4 نقاط )

- الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . ليكن  $(P)$  و  $(P')$  مستويان معادلتاهما على التوالي :
- $$x+y-1=0 \quad \text{و} \quad y+z-2=0$$
- بين أن المستويين  $(P)$  و  $(P')$  متقاطعان وفق مستقيم  $(D)$  يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .
  - اكتب معادلة المستوي  $(Q)$  العمودي على  $(D)$  و يشمل النقطة  $O$ .
  - عين احداثيات  $I$  نقطة تقاطع المستوي  $(Q)$  و المستقيم  $(D)$ .
  - لتكن  $A(-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$  و  $B(1, 1, 0)$  نقطتان من الفضاء  $A'$  و  $B'$  نظيرتاها على التوالي بالنسبة الى النقطة  $I$ 
    - تحقق أن  $A$  و  $B$  تنتميان الى المستوي  $(Q)$ .
    - بين أن الرباعي  $ABA'B'$  معين .
    - بين أن النقطة  $S(2, -1, 3)$  تنتمي الى المستقيم  $(D)$ .
    - احسب حجم الهرم  $SABA'B'$ .

التمرين الثاني ( 4 نقاط )

- حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة :  $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$
- ينسب للمستوي المركب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ . لتكن النقط  $A, B, C$  التي لواحقها على الترتيب :
$$z_C = -\sqrt{3} + 3i \quad , \quad z_B = 3 - i\sqrt{3} \quad , \quad z_A = 3 + i\sqrt{3}$$
  - اكتب على الشكل المتلثي العددين  $z_B$  و  $z_A$ .
  - استنتج طبيعة المتلث  $OAB$ .
  - لتكن النقطة  $D$  نظيرة النقطة  $C$  بالنسبة إلى محور الفواصل . بين أن المستقيمين  $(BC)$  و  $(AD)$  متعامدان .
  - عين نسبة و زاوية التشابه  $S$  الذي مركزه النقطة  $E(3 - \sqrt{3}, 0)$  و يحول  $A$  الى  $C$ .
  - بين أن النقط  $A, E, O, C$  تنتمي إلى دائرة يطلب تعيينها .

التمرين الثالث (3 نقاط)

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) التالية :  $y' - 3y = \sin x$

- (1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  للمعادلة التفاضلية (E') :  $y' - 3y = 0$
- (2) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى تكون الدالة  $p$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $p(x) = a \cos x + b \sin x$  حلا للمعادلة التفاضلية (E).
- (3) برهن أنه إذا كانت  $h$  حلا للمعادلة (E) فإن  $h - p$  حل للمعادلة (E').
- (4) استنتج طول المعادلة التفاضلية (E).
- (5) ما هو الحل الذي يحقق  $y(0) = \frac{1}{10}$

التمرين الرابع (9 نقاط)

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = e^{-x} + x - 1$

- (1) احسب  $g'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .
- (2) بين أن  $g(x) \geq 0$  على  $\mathbb{R}$  واستنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  يكون :  $e^{-x} + x \geq 1$
- (II) نعرف الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  كالتالي :  $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

(C<sub>f</sub>) تمثلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعلمد و متجانس  $(\sigma; \vec{i}; \vec{j})$ .

- (1) بين أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$ .

- (2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $x$  يكون :  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$

- (3) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم فسّر النتيجةين هندسيا.

- (4) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :  $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

- (ب) ادرس إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

- (5) (أ) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C<sub>f</sub>) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

- (ب) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن  $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$  ثم ادرس إشارة  $x - f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

- (ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C<sub>f</sub>) و المستقيم (Δ) الذي معادلته  $y = x$ .

- (6) ارسم (Δ) و (C<sub>f</sub>).

(III) لتكن  $(u_n)$  للمتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون :  $0 \leq u_n \leq 1$

- (2) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

- (3) استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب نهايتها.

التمرين الأول : (4 ن)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لتكن (S) سطح الكرة ذات المركز  $\Omega(1,1,-1)$  ونصف القطر  $2\sqrt{2}$  . نعتبر النقطتين  $A(-1,-1,-1)$  و  $B(1,1,2\sqrt{2}-1)$  من (S) ، نسمي (P) و (Q) المستويين المماسين لسطح الكرة (S) عند النقطتين A و B على الترتيب .

اجب بصحيح أم خطي مع تبرير عن كل اجابة من الاجابات المقترحة التالية :

1) معادلة ديكارتية للمستوي (P) هي :  $x + y - z + 1 = 0$  .

2) المستويان (P) و (Q) متعامدان .

3) المستويان (P) و (Q) متقاطعان و تقاطعهما مستقيم (D) تمثيله الوسيطى :  $t \in \mathbb{R}$  :  $\begin{cases} x = t \\ y = -t + 2 \\ z = -2\sqrt{2} - 1 \end{cases}$

4) بعد النقطة  $\Omega$  عن المستوي (P) يساوي 4 .

5) لتكن H المسقط العمودي للنقطة  $\Omega$  على المستقيم (D) ، بعد H عن  $\Omega$  يساوي 4 .

التمرين الثاني : (4.5 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة :  $(z - 2i)(z^2 - 2z + 2) = 0$  .  
ثم أكتب كل حل من حلول المعادلة على الشكل الأسى .

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

النقطتين A و B اللتين لاحتقاهما على الترتيب :  $Z_A = 1 + i$  ;  $Z_B = 2i$

من أجل كل مركب z يختلف عن  $Z_A$  نرفق العدد  $Z'$  حيث  $Z' = \frac{z-2i}{z-1-i}$

أ - عين المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي من أجلها يكون z تخيلي، بحث .

- بين أن النقطة B تنتمي الى (E) ، ثم أنشئ (E) .

ب - عين المجموعة (F) للنقطة M من المستوي ذات اللاحقة z والتي من أجلها يكون :  $|Z'| = 1$

- عين ثم أنشئ (F) .

3) ليكن R الدوران الذي مركزه  $(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$  .

أ - أوجد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران R و لاحقة I' صورة النقطة  $I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$  بالدوران R.

ب - ماهي صورة كل من (E) و (F) بالدوران R ؟ علل .

1) لتكن (Un) متتالية المعرفة على N بعدها العام  $Un = e^{\frac{-1}{3} + 2n}$

أ - بين أن (Un) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب - أحسب المجموعين :  $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$  و  $S_2 = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2$

ج - عين العدد الطبيعي n بحيث :  $S_1 = \frac{e^{-1/3}}{1-e^2} (1 - e^{10})$

2) نعتبر المتتالية (Vn) المعرفة على N كمايلي :  $Vn = \ln(U_n)$

أ - ماهي طبيعة المتتالية (Vn) .

ب - احسب بدلالة n المجموع  $S'_n$  حيث  $S'_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

ج - عين العدد الطبيعي n علما ان :  $S'_n = \frac{160}{3}$

التمرين الرابع: (7ن)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على  $]-1, +\infty[$  بمايلي :  $g(x) = (1+x)^e - 1 + \ln(1+x)$

1) ادرس تغيرات الدالة و شكل جدول تغيراتها .

2) احسب  $g(0)$  ثم استنتج اشارة  $g(x)$  على المجال  $]-1, +\infty[$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على  $]-1, +\infty[$  بمايلي :  $f(x) = x - \frac{\ln(1+x)}{1+x}$

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها

ب - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال  $]-1, +\infty[$  يكون  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ج) - استنتج تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

د - بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (D) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم (D) .

2) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و (D) في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

3) أ - عين دالة F أصلية للدالة f على المجال  $]-1, +\infty[$  .

ب - احسب  $A(\alpha)$  مساحة حيز المستوي المحصور بين  $(C_f)$  و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x = \alpha$  و  $x = 0$  . حيث  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما .

بالتة دوق