ثانوية ابن طفيل تلمسان — السنة الدراسية (2015/2014)

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

السنة الثالثة علوم تجريبية — المدة : 03 ساعات و 30 د

إختر أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04ن):

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا إختيارك.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر (P) المستوي ذي المعادلة $x-2y+3z+5=0$، (Q) المستوي ذي التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=-2+\alpha+2\beta \\ y=-\alpha-2\beta \\ z=-1-\alpha+3\beta \end{cases}$ $(\alpha\in\mathbb{R},\beta\in\mathbb{R})$، (D) المستقيم ذي التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-t \\ z=-1-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ ونعتبر النقطتين $A(-1,2,3)$ ، $B(1,-2,9)$.

1) تمثيل وسيطي للمستوي (P) هو :

أ) $\begin{cases} x=\alpha \\ y=1-2\alpha \\ z=-1+3\alpha \end{cases}$ ب) $\begin{cases} x=\alpha+2\beta \\ y=1-\alpha+\beta \\ z=-1-\alpha \end{cases}$ جـ) $\begin{cases} x=\alpha+\beta \\ y=1-\alpha-2\beta \\ z=1-\alpha-3\beta \end{cases}$ د) $\begin{cases} x=1+2\alpha+\beta \\ y=1-2\alpha+2\beta \\ z=-1-\beta \end{cases}$

2) أ) المستقيم (D) والمستوي (P) يتقاطعان في النقطة $C(-8,3,2)$. ب) المستقيم (D) والمستوي (P) متعامدان.

جـ) المستقيم (D) مستقيم من المستوي (P). د) المستقيم (D) والمستوي (P) متوازيان تماما.

3) أ) المستقيمان (AB) و (D) متعامدان. ب) المستقيمان (AB) و (D) متوازيان.

جـ) المستقيمان (AB) و (D) متقاطعان. د) المستقيمان (AB) و (D) متطابقان.

4) أ) المستويان (P) و (Q) متوازيان.

ب) المستويان (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم ذي التمثيل الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=t \\ y=-2-t \\ z=-3-t \end{cases}$.

جـ) النقطة $A(-1,2,3)$ تنتمي إلى تقاطع (P) و (Q). د) المستويان (P) و (Q) متعامدان.

التمرين الثاني (6ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) g دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $g(x)=x+1-e^{x}$.

أدرس تغيرات الدالة g. استنتج أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\le 0$

2) f دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $f(x)=(-2x^2-x+1)e^{-x}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. بملاحظة أن: $f(x)=\left(-2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$ ، أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=(2x^2-3x-2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$.

عين جدول تغيرات الدالة f

3) أ) عين معادلة لـ (T) مماس (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب) بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(-2x+1)=(1-2x)g(x)e^{-x}$. استنتج وضعية (C) بالنسبة لـ (T).

4) أ) أدرس تقاطع (C) و محور الفواصل.

ب) أرسم (T) و (C) على المجال $[-1,+\infty[$.

5) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث (5ن):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

2) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$. C منتصف القطعة $[OB]$ لاحقتها z_C.

أ) أكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي .

ب) أحسب OA ، OB ، AB. استنتج طبيعة المثلث OAB .

3) نسمي D صورة C بالدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$. و نسمي E صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$.

أ) بين أن لاحقة النقطة E هي $z_E=\frac{1}{2}\left[1+(4-\sqrt{3})i\right]$.

ب) بين أن $OE=BE=\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

4) بين أن A ، C ، E في استقامية .

التمرين الرابع (5ن):

1) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x-x\ln x$.

أدرس تغيرات الدالة f .

2) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ $u_n=\frac{e^n}{n^n}$.

أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 ، u_5 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير ها ونهايتها.

3) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\ln(u_n)$.

أ) أثبت أن: $v_n=n-n\ln(n)$.

ب) باستعمال الدالة f ، أدرس إتجاه تغير (v_n) ثم استنتج أن (u_n) متناقصة.

جـ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $0<u_n\le e$.

د) استنتج أن (u_n) متقاربة وعين نهايتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5ن):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2,0,1)$ ، $B(1,2,-1)$ ، $C(-2,2,2)$.

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ثم عين قيمة مقربة إلى الدرجة للزاوية $\widehat{BAC}$.

ب) استنتج أن النقط A ، B ، C تعين مستويا (P) حيث $\vec{n}(2,-1,2)$ شعاع ناظمي له . عين معادلة لـ (P) .

2) (P_1) و (P_2) المستويان ذا المعادلتين $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$ على الترتيب.

أ) بين أن (P_1) و (P_2) متقاطعين وفق مستقيم (Δ) حيث: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

ب) أدرس تقاطع (P) و (Δ).

3) (S) سطح الكرة ذي المركز $\Omega(1,-3,1)$ ونصف القطر 3.

أ) عين معادلة لـ (S) .

ب) أدرس تقاطع (S) و (Δ) .

جـ) بين أن (P) مماس لـ (S).

التمرين الثاني (6 ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (نأخذ $\|\vec{i}\| = 2cm$)

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$

ولتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2-1}{2x}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f .

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج أشارة $g(x)$.

2) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا وأحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ ، استنتج عندئذ إشارة $f'(x)$.عين جدول تغيرات الدالة f.

4) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y = \frac{1}{2}x$. حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ).

5) أحسب $f(1)$. أنشئ (Δ) و (C).

6) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ حيث $F(1) = \frac{5}{4}$.

التمرين الثالث (5ن):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نسمي I النقطة ذات اللاحقة $z_I = 1$.

1) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A = 1-2i$ ، $z_B = -2+2i$. الدائرة (C) ذات القطر $[AB]$.
عين z_Ω لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) وعين نصف قطرها.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$. أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من (C).

3) E نقطة من (C) حيث $(\overrightarrow{\Omega I},\overrightarrow{\Omega E}) = \frac{\pi}{4}$.
عين طويلة $z_E + \frac{1}{2}$ وعمدة له. استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$.

4) R التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث:
$z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z + \frac{1}{2}\right)$.

أ) عين طبيعة التحويل R محددا عناصره المميزة .

ب) ما هي صورة النقطة F ذات اللاحقة $z_F = 2$ بالتحويل R؟

التمرين الرابع (4ن):

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$.

ب) بين أن (u_n) متناقصة .

جـ) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

2) (w_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $w_n = \ln u_n$.

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = w_n - w_{n+1}$ ،

ب) نضع : $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$. بين أن $S = w_0 - w_{n+1}$ وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S$.

أتمنى لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا وعطلة سعيدة