الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية معسكر — ثانوية رماسي مصطفى ماوسة

البكالوريا التجريبية — الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2015

المدة :3ساعات ونصف

إختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ : $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{2(x+c)}$ حيث a , b و c أعداد حقيقية .

نسمي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

و الجدول المقابل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

1) بإستعمال جدول التغيرات جد الأعداد الحقيقية a, b و c

2) نفرض انه في كل ما يأتي: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1+\dfrac{1}{2(x+2)}$

أ)حدد المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f).

ب)أحسب $f(-4-x)+f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

د)أدرس إشارة $f(x)$.

ج)أنشئ (C_f).

و)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m(x+2)$.

3) نعتبر الدالة g حيث : $g(x)=Ln\left(\dfrac{x^2+4x+5}{2(x+2)}\right)$

$(v\circ u)' = u'.v'[u(x)]$

أ) بين $g(x)=Ln[[f(x)]$ في مجال يطلب تعيينه .

ب) بإستعمال جدول تغيرات الدالة f أدرس إتجاه الدالة g .

ج) أحسب نهاية الدالة g على طرفي مجال تعريفها و أكتب جدول تغيراتها .

د) استنتج على المجال $]-2,+\infty[$ حلول المتراجحة $g(x)\geq Ln2$.

التمرين الثاني : (04.5نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$, نعتبرنقطتين A , B لاحقتيهما على الترتيب 2 , $2i$

و نسمي E صورة النقطة A بالدوران R مركزه O وزاويته $\dfrac{\pi}{3}$ و F صورة النقطة B بالتحويل النقطي T المعرف بـ:

$$z'=\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z \cdot$$

1) أ) حدد طبيعية و عناصر التحويل T .

ب) بين أن النقط F,E,B,A تنتمي إلى الدائرة مركزها O ، عين نصف قطرها .

2) أ) تحقق أن $\dfrac{z_E-z_A}{z_F-z_B}$ حقيقي و أن $\dfrac{z_F-z_A}{z_E-z_B}=-i$.

أقلب الصفحة

ب) استنتج أن $AEBF$ شبه منحرف متساوي الساقين و استنتج قيس الزاوية $\left(\overrightarrow{BF},\overrightarrow{AF}\right)$.

3) نعتبر التحاكي h الذي يحول A إلى F و E إلى B و ليكن r الدوران الذي زاويته $\frac{\pi}{2}$ و يحول B إلى F .

أ) حدد المركز ω للتحويل h . ب) قارن بين التحويلين $r\circ h$ و $h\circ r$.

التمرين الثالث: (4.5نقاط)

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1 و ننسب الفضاء إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

1) جد إحداثيات النقط H,C,F .

2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BH) .

3) بين بدون كتابة التمثيل الوسيطي للمستقيم (AC) أثبت أن النقطة F لا تنتمي إلى المستقيم (AC) و استنتج أن النقط A,C,F تعين مستويا (ACF) .

4) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ACF) هي : $-x+y+z=0$.

5) نعتبر (S_m) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2(1-m)x-2my-2mz+3m^2-2m+\frac{2}{3}=0$ $(m\in\mathbb{R})$

6) a) بين أن (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

b) من أجل أي القيم للعدد الحقيقي m يكون المستوي (ACF) مماس لسطح الكرة (S_m) ثم حدد عندئذ نقطة التماس .

التمرين الرابع : (05نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{(n>0)}$ المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـــ : $U_n=\frac{n^2}{2^n}$.

1) نضع لأجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $V_n=\frac{U_{n+1}}{U_n}$.

أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $V_n-\frac{3}{4}=\frac{-1}{4n^2}\left[(n-2)^2-6\right]$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 5$: $V_n\prec\frac{3}{4}$.

ج) استنتج من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$: $U_{n+1}\prec\frac{3}{4}U_n$.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$: $U_n\leq\left(\frac{3}{4}\right)^{n-5}U_5$.

ب) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة .

أقلب الصفحة

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + n - 2 \end{cases}$

1. أحسب U_1 , U_2 و U_3.
2. برهن أنه من اجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$: $U_n \geq 0$.
   أ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 5$: $U_n \geq n-3$ ب) استنتج نهاية المتتالية (U_n).
3. نعرف المتتالية (V_n) من أجل كل عدد n طبيعي : $V_n = -2U_n + 3n - \frac{21}{2}$.
   أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها .
   ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$.
   ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots\cdots\cdots + U_n$.

التمرين الثاني: (04نقاط)

أسئلة متعددة الإختيارات واحد صحيح فقط. عين الإجابة الصحيحة مع التعليل .

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. (P), (Q) مستويان و (D) مستقيم معرفة بمايلي:

(P) معادلته الديكارتية هي : $x - 2y + 3z + 5 = 0$ و (Q) تمثيله الوسيطي هو : $\begin{cases} x = -2 + t + 2t' \\ y = -t - 2t' \\ z = -1 - t + 3t' \end{cases}$ $(t,t') \in \mathbb{R}^2$

المستقيم (D) تمثيله الوسيطي هو : $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \\ z = -1 - t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ و نعتبر النقطتين : $M(-1,2,3)$ و $N(1,-2,9)$

السؤال الأول :التمثيل الوسيطي للمستوي (P) هو :

a. $\begin{cases} x = 1 + 2t + t' \\ y = 1 - 2t + 2t' \\ z = -1 - t' \end{cases}$ b. $\begin{cases} x = t + t' \\ y = 1 - t - 2t' \\ z = 1 - t - 3t' \end{cases}$ c. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ d. $\begin{cases} x = t + 2t' \\ y = 1 - t + t' \\ z = -1 - t \end{cases}$

السؤال الثاني :

أ) المستقيم (D) و المستوي (P) يتقاطعان في النقطة $A(-8,3,2)$. ب) المستقيم (D) و المستوي (P) متعامدان.

ج) المستقيم (D) محتو في المستوي (P). د) المستقيم (D) و المستوي (P) متوازيان تماما.

السؤال الثالث : أ) المستقيم (MN) و المستقيم (D) متعامدان. ب) المستقيم (MN) و المستقيم (D) متوازيان.

ج) المستقيم (MN) و المستقيم (D) متقاطعان. د) المستقيم (MN) و المستقيم (D) منطبقان .

السؤال الرابع :

أ) المستويان (P) و (Q) متوازيان . ب) النقطة M تنتمي إلى تقاطع (P) و (Q) .

ج) المستقيم (Δ) الذي تمثيل الوسيطي $\begin{cases} x = k \\ y = -2 - k \\ z = -3 - k \end{cases}$ هو تقاطع (P) و (Q) . د) المستويين (P) و (Q) متعامدان .

التمرين الثالث : (07نقاط)

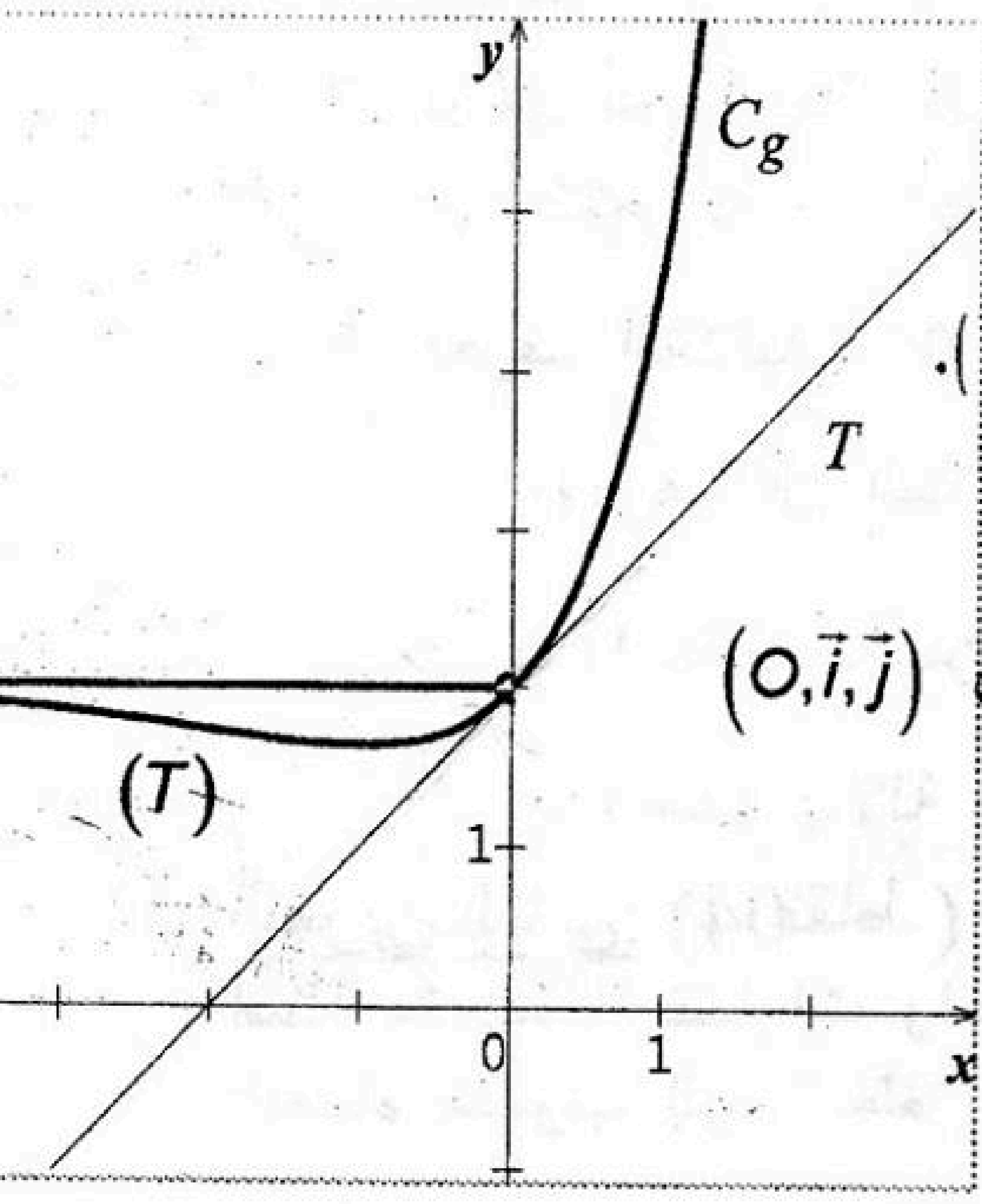
الفرع الأول : التمثيل البياني (C_g) المرسوم أسفله هو لدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = a + b.x.e^x$ **أقلب الصفحة**

المستقيم (T) مماس للمنحني (C_g) في النقطة فاصلتها 0 و المستقيم $y=2$ مقارب للمنحني (C_g) بجوار $-\infty$.

1) حدد بيانيا : أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$. ب) $g(0)$ و $g'(0)$ و استنتج معادلة (T).

2) أ) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b . ب) استنتج أن : $g(x)=2+x.e^{x}$.

3) المنحني (C_g) يقع فوق المماس (T) برهن على ذلك.



4) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بالنقطة $M(z)$ صورتها $M'(z')$ حيث :

$$z'=z-1-i$$

أ) تعرف على التحويل T و حدد عناصره المميزة .

ب) أنشئ (C') صورة المنحني (C_g) بالتحويل T هندسيا(بدون كتابة معادلته).

لفرع الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=2x+(x-1)e^{x}$

و نسمي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ) أحسب نهايتي الدالة f

ب) بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y=2x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ج) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لـ (d).

د) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{e^{x}}$ و فسر النتيجة بيانيا

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ثم أكتب جدول تغيرات الدالة f.

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن $0,4 \prec \alpha \prec 0,5$.

4) جد إحداثيي النقطة A من المنحني (C_f) عندها يكون المماس موازيا للمستقيم (d).

5) أنشئ (C_f) التمثيل البياني للدالة f و المماس عند A .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $\cancel{k}$ m عدد حلول المعادلة : $(x-1)e^{x-m}=1$.

7) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (d) و المستقيمين معادلتهما $x=\alpha$ و $x=1$.

8) بين أن : $A(\alpha)=\dfrac{2\alpha(\alpha-2)}{\alpha-1}-e$.

التمرين الرابع : (04نقاط) جواب واحد صحيح فقط عين رقم الجواب الصحيح مع التعليل :

1. ليكن z عدد المركب ، مرافق العدد المركب $i.z+1$ هو :

a) $-i.\bar{z}+1$	b) $-i.\bar{z}-1$	c) $-i\bar{z}+1$

2. العدد المركب $z=-2(\cos\theta+i\sin\theta)$ يساوي :

a) $2.e^{i(\theta+\pi)}$	b) $-2.e^{i\theta}$	c) $2.e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}$

3. إذا كان $\frac{\pi}{6}$ عمدة للعدد المركب z فإن عمدة العدد المركب $\dfrac{\bar{z}}{i.z}$ هي :

a) $-\frac{5\pi}{6}$	b) $-\frac{\pi}{2}$	c) $-\frac{2\pi}{3}$

4. إذا كان z عدد مركب حيث : $|z|=2$ فإن $\left|z\bar{z}+3i\right|$ تساوي :

a) $\sqrt{13}$	b) 5	c) 1

إنتهى   بالتوفيق   نجاحكم يسرنا