

التمرين الأول: (06.5 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
ثم أكتب الحلول على الشكل المثلثي.

(II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
ولتكن النقط A, B, C لواحقها: $z_A = 2i, z_B = \sqrt{3} + i, z_C = \sqrt{3} - i$ على الترتيب.

1- ليكن العدد L حيث: $L = \frac{(1-i) \times z_B}{z_C}$

أ/ أكتب العدد L على الشكل الأسّي، ثم أحسب L^{2016}

ب/ عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون العدد L^n تخيلي صرف.

ج/ أكتب العدد L على الشكل الجبري ثم استنتج كل من $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$

2- أ/ بين أنه يوجد دوران r مركزه B ويحول A إلى C بطلب تحديد زاويته.

ب/ استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

3- أ/ عين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث يكون العدد $\frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i}$ حقيقي موجب.

ب/ عين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث: $iZ = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ عندما يسمح θ كل \mathbb{R}

التمرين الثاني: (06.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط $A(1; 4; -5), B(3; 2; -4), C(5; 4; -3), D(-2; 8; 4)$ والشعاع $\vec{n}(1; 0; -2)$

1- أ/ بين أن النقط A, B, C تشكل مستوي وليكن (P) .

ب/ أثبت أن الشعاع \vec{n} ناظمي للمستوي (P) ، ثم أوجد معادلة ديكراتية له.

2- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و $\vec{u}(1; 5; -1)$ شعاع توجيه له.

3- (Q) مستوي معرف وسيطيا ب: $\begin{cases} x = 7 + \beta \\ y = \alpha \\ z = -\alpha + \beta \end{cases}$ مع $(\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$

أ/ أوجد معادلة ديكراتية للمستوي (Q) .

ب/ بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان.

4- (Δ') مستقيم يشمل النقطة $F(11;4;0)$ و $v(2;1;1)$ شعاع توجيه له

أ/ بين أن (Δ') هو مستقيم تقاطع (P) و (Q)

ب/ بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوى.

5- أ/ تأكد أن نقطة $G(-3;3;5)$ من (Δ) وأن نقطة $H(3;0;-4)$ من (Δ')

ب/ مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $m \in \mathbb{R} \text{ ، } \overline{MG} \cdot \overline{HG} = m$

ج/ أوجد بدلالة m معادلة ديكرتية لـ (Γ) ثم استنتج أن (Γ) مستو، \overline{HG} شعاع ناظمي له.

د/ عين قيمة m حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[HG]$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(I) g دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = e^x - x - 1$

1- أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2- أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3- استنتج إشارة الدالة g على \mathbb{R} .

(II) لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة التالية: $f(x) = x + (x+2)e^{-x}$

(c_r) تمثيلها البياني المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1- أحسب نهايتي الدالة f .

2- أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x) e^{-x}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3- بين أن المنحني (c_r) له نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

4- أ/ بين أن (c_r) يقبل مستقيما مقاربا مائل (Δ) معادلته $y = x$.

ب/ أدرس وضعية المنحني (c_r) بالنسبة لـ (Δ) .

5- بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحني (c_r) موازي للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

6- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-2 < \alpha < -\frac{3}{2}$

7- أرسم كل من (Δ) ، (T) و (c_r) .

8- ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

9- h دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = [f(x)]^2$

- أدرس تغيرات الدالة h وشكل جدول تغيراتها. (لا يطلب حساب عبارة $h(x)$)