

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقط $A(-1; 2; 1)$, $B(1; -6; -1)$,

$C(2; 2; 2)$, $I(2; -1; 1)$ و $\Omega(3; 1; 3)$

أ - تحقق أن النقط A, B, C و I تعين مستويا.

ب - بين أن الشعاع $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) , ثم عين معادلة ديكرتية له.

2) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة $x - y + z - 4 = 0$ و (S) سطح الكرة ذات المركز Ω و نصف القطر 3

أ - بين أن المستويين (ABC) و (P) متقاطعان و $t \in \mathbb{R}$, تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما (D)

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

ب - بين أن النقطة I تنتمي إلى المستقيم (D) و إلى سطح الكرة (S)

ج - بين أن المستقيم (D) يقطع سطح الكرة (S) في نقطة ثانية L يطلب تعيينها

التمرين الثاني (05 نقاط) :

1) حل في \mathbb{C} مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $(z-4)(z^2+4z+16)=0$

2) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ولتكن النقط A, B, C التي لواحقها على الترتيب

$$z_C = \overline{z_B} \text{ و } z_B = -2 + 2i\sqrt{3}, z_A = 4$$

أ - بين النقط A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها, ثم علم هذه النقط

ب - أكتب كلا من العددين $z_C - z_A$ و $z_B - z_A$ على الشكل الأسّي, ثم بين أن $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$

ج - استنتج طبيعة المثلث ABC وزاوية للدوران r الذي مركزه A ويحول C إلى B

د - عين z_E لاحقة النقطة E صورة B بالدوران r

هـ - ما طبيعة الرباعي $AEBC$? علل إجابتك

(4) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z-4| = |z+2-2i\sqrt{3}|$

أ - بين أن كل من النقطتين E و C تنتميان إلى (γ)

ب - عين طبيعة المجموعة (γ)

التمرين الثالث (03 نقاط):

يحتوي صندوق 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 4, 4, 5 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 5, 5, 4, 4, 1 نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي

(1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

أ - باعتماد ألوان الكرات.

ب - باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

(2) احسب احتمال الحوادث الآتية:

أ - A : الكرتان المسحوبتان بيضاوان

ب - B : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء

ج - C : لا يظهر الرقم 1

التمرين الرابع (07 نقاط):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x + 3 \ln\left(\frac{x^2+2}{3x}\right)$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(I) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ ثم استنتج اتجاه تغير

الدالة f

(2) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

(4) أحسب $f(4)$ ثم أرسم (Δ) و (C_f)

(II) لتكن المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$, n عدد طبيعي

(1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $1 < u_n < 2$

(2) أدرس رتبة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و استنتج أنها متقاربة ثم عين نهايتها



الموضوع الثاني

التمرين الأول (04,5 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

ليكن المستوي (P_1) ذو المعادلة $x - 2y + 4z - 9 = 0$

$$\text{و المستوي } (P_2), \text{ حيث } \begin{cases} x = \alpha - 3 \\ y = \alpha + \beta \\ z = \alpha - \beta \end{cases} \text{ تمثيلا وسيطيا له (} \alpha \text{ و } \beta \text{ عدنان حقيقيان)}$$

(1) بين أن $0 = -2x + y + z - 6$ معادلة ديكرارية للمستوي (P_2)

(2) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان, ثم جد تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما (Δ)

(3) لتكن النقطة $A(-9; -4; -1)$ من الفضاء

أ - أحسب بعدي النقطة A عن المستويين (P_1) و (P_2)

ب - استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

(4) نعتبر من أجل كل عدد حقيقي t النقطة $M(-7+2t; -8+3t; t)$ و الدالة d المعرفة على IR بـ: $d(t) = AM^2$

أ - بين أن $d(t) = 14t^2 - 14t + 21$

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة d و استنتج قيمة t التي من أجلها تكون AM^2 أصغر ما يمكن

ج - استنتج مرة أخرى المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

ولتكن النقط A, B, C صور الأعداد المركبة $z_A = -3e^{-i\frac{\pi}{2}}$, $z_B = 1 + i$, و $z_C = -3$

(1) أكتب على الشكل الآسي الأعداد z_A, z_B, z_C

(2) عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$

(3) أ- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق $AM^2 + BM^2 - CM^2 = -13$

ب - بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E) ثم انشئ (E)

(4) تحقق أن النقط O, B, G في إستقامية

(5) عين صورة المجموعة (E) بالتحاكي الذي مركزه O و يحول النقطة B إلى G محدد عناصرها المميزة

التمرين الثالث (04 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-3; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{5x+3}{x+3}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (انظر الشكل في الأسفل)

(1) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = h(u_n)$

أ - مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

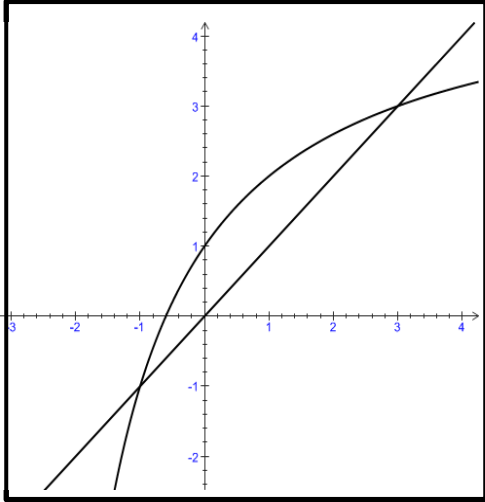
(2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$

ب - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و استنتج أنها متقاربة

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على IN بـ : $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

أ - أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب - اكتب v_n ثم u_n بدلالة n و أحسب $\lim u_n$



التمرين الرابع (07 نقاط) :

لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = x - e^{-\frac{x}{2}}$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a حيث $0,70 < a < 0,71$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (2x - 4)e^{\frac{x}{2}} + 2 - x$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 1 cm)

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن $f(a) = 4 - a - \frac{4}{a}$ ثم استنتج حصر a

(4) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2 - x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$

(5) أكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(6) حل في IR المعادلة $f(x) = 0$ ثم أرسم (D) , (T) , و (C_f)

(III) (1) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_0^x (2t + 4)e^{\frac{t}{2}} dt$

(2) أحسب بالسنتمتر المربع A مساحة الحيز المحدد بالمنحني (c_f) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين

معادلتيهما $x = 2$ و $x = -2 \ln 2$



