| | |
|---|---|
| ثانوية : حاسي مفسوخ | السنة الدراسية : 2015/ 2016 |
| الشعبة : علوم تجريبية | المدة : 3سا و 30 د |

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول : (04 نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ . نعتبر النقط $A(1;-2;-1)$ ، $B(3;-5;-2)$ ، $C(-2;0;1)$ و $D(-3;1;1)$ و المستوى $(P)$ الذي معادلته : $4x+y+5z+3=0$

- لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط** . عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل

1. تمثيل وسيطي للمستقيم $(AB)$ هو :

| | | |
|---|---|---|
| أ) $\begin{cases} x=-2\alpha+3 \\ y=-3\alpha-5 \\ z=\alpha-2 \end{cases} ; \alpha\in\mathbb{R}$ | ، ب) $\begin{cases} x=-2\alpha+1 \\ y=-3\alpha-2 \\ z=-\alpha-1 \end{cases} ; \alpha\in\mathbb{R}$ | ، ج) $\begin{cases} x=2\alpha+1 \\ y=-3\alpha-2 \\ z=-\alpha-1 \end{cases} ; \alpha\in\mathbb{R}$ |

2. المستقيمين $(AB)$ و $(CD)$:

| | | |
|---|---|---|
| أ) متوازيان | ، ب) ليسا من نفس المستوي . | ، ج) متقاطعان |

3. وضعية المستقيم $(AB)$ و المستوي $(P)$

| | | |
|---|---|---|
| أ) المستقيم $(AB)$ عمودي على المستوي $(P)$ | ب) المستقيم $(AB)$ محتوى في المستوي $(P)$ | ج ) المستقيم $(AB)$ موازي للمستوي $(P)$ |

4. معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي :

| | | |
|---|---|---|
| أ) $2x-3y-z-16=0$ | ، ب) $2x-3y+z-13=0$ | ، ج) $2x-3y-z+16=0$ |

### التمرين الثاني : (04,5نقاط)

I) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب $z$ حيث :

$$P(z)=(z-1-\sqrt{3}-i)(z^2-2z+5)$$

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ .

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

II) نعتبر النقط : $A$ ، $B$ ، $C$ ذات اللواحق: $z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1-2i$ على الترتيب

أ) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي $S$ الذي مركزه $B$ و يحول النقطة $A$ الى النقطة $C$ ، مبينا عناصره المميزة .

ت) استنتج طبيعة المثلث $ABC$

3. أ) عين $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ والتي تحقق : $|\bar{z}-1+2i|=2$ .

ب) عين $(\Gamma')$ صورة $(\Gamma)$ بواسطة التحويل النقطي السابق $S$ .

**التمرين الثالث** : ( 04,5 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n^2+1}{2}}$

1 . برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n>1$

2 . أ) بين أن $u_{n+1}-u_n=\frac{1-u_n^2}{2\left(\sqrt{\frac{u_n^2+1}{2}}+u_n\right)}$

ب) استنتج اتجاه تغير $(u_n)$.

ث) استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

3 . نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n^2-1$

أ) بين أن $(v_n)$ متتاليه هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول .

ب) أكتب بدلالة $n$ كلا من $v_n$ و $u_n$ ، ثم احسب $\lim u_n$

ت) أحسب بدلالة $n$ كلا من $S_n=u_0^2+u_1^2+u_2^2+...+u_n^2$ و $P_n=\frac{1}{v_0}\times\frac{1}{v_1}\times\frac{1}{v_2}\times...\times\frac{1}{v_n}$

**التمرين الرابع** : ( 07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x-1)^2-2\ln(x-1)$

1) أحسب نهايات $g$ عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أدرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

II) لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x-1}{2}+\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.(الوحدة $2cm$ )

1) أ. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ فسر النتيجة الاخيرة هندسيا . (تذكير : $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ )

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]1;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

ب) حدد وضعية بالنسبة $(C_f)$ إلى $(\Delta)$

3) تحقق أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,34<\alpha<1,35$

4) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$

III) نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ : $h(x)=\frac{1}{2}(\ln(x-1))^2$

أ) بين أن الدالة $h$ دالة أصلية للدالة: $x\mapsto\frac{\ln(x-1)}{x-1}$

ب) عين $F$ الدالة الأصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$ التي تحقق : $F(2)=0$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(1;1;3)$ ، $B(-3;1;1)$ و $C(-1;-1;0)$

1) أ – بين ان النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستوي.

ب – عين الاعداد الحقيقية $\alpha$ و $\beta$ حتى يكون الشعاع $\vec{n}(1;\alpha;\beta)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$

ج – أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

2) لتكن $(S)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$

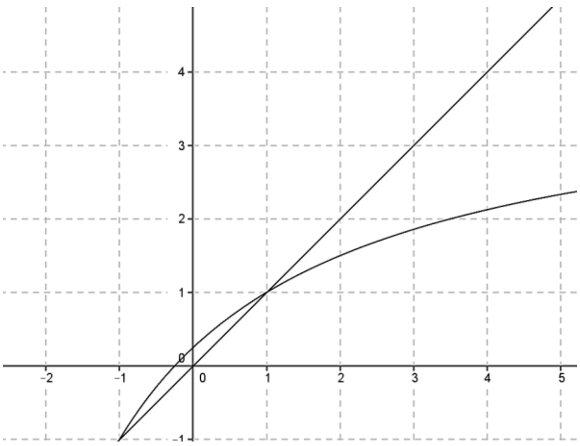
أ) أثبت أن $(S)$ سطح كرة يطلب تعيين مركزها $\Omega$ ونصف قطرها $R$.

ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(D)$ المار من $\Omega$ و العمودي على $(ABC)$.

ت) عين $H$ نقطة تقاطع $(ABC)$ و $(D)$.

3) بين ان المستوي $(ABC)$ وسطح الكرة $(S)$ متقاطعان وفق دائرة $(\Gamma)$ يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

### التمرين الثاني: (04,5 نقاط)




$f$ دالة عددية معرفة على $[0;5]$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x+1}{x+4}$

$(C)$ هوالتمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ و $(\Delta)$ المنصف الأول كما هو مبين في الشكل( أعد رسم البيان على ورقةالاجابة )

1. حدد اتجاه تغيرات الدالة $f$ على المجال $[0;5]$

2. نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} u_0=4 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$$

أ)بأستعمال المنحنى $(C)$ و المستقيم $(\Delta)$ مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ و تقاربها

ت)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n>1$

ث)بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة ، استنتج انها متقاربة ، ماهي نهايتها ؟

3. نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$

أ)بين أن $(v_n)$ متتاليه هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول

ب)أكتب $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج أن $u_n=\dfrac{5^{n+1}+3^{n+1}}{5^{n+1}-3^{n+1}}$ ثم احسب $\lim u_n$

4. أحسب بدلالة $n$ كل من $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

**التمرين الثالث :** ( 04,5 نقاط)

1 . حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(\bar{z}+\sqrt{3}+3i)(z^2-6z+12)=0$ .

2 . في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط : $A$ ، $B$ ، $C$ التي لواحقها : $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$ على الترتيب

أ) أكتب كل من $z_A$ و$z_C$ و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسي . ثم إستنتج طبيعة المثلث $OAC$

ب) أحسب العدد $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}-\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{1436}$

3 . لتكن $D$ نظيرة $C$ بالنسبة لمحور الفواصل.

4 . أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}$ على الشكل الجبري ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$

5 . نعتبر التحويل النقطي $P$ الذي يحول النقطة $A$ الى النقطة $C$ و يحول النقطة $D$ الى النقطة $B$

أ) عين طبيعة التحويل النقطي $P$ مع تعيين خصائصه المميزة

ب) أكتب العبارة المركبة و العبارة التحليلية لـ $P$

ت) بين أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

**التمرين الرابع :** ( 07 نقاط)

$I$) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x-2$

1 . ادرس تغيرات الدالة $g$ .

2 . بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-1{,}6;-1{,}5[$

3 . أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$II$) لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$، حيث $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=5cm$

1) أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .

ب. بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=e^x.g(x)$ ( حيث $f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$ )

ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}\right)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

3) أنشئ المنحنى $(C_f)$.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $me^{-x}=e^x-x-1$

$III$) بإستعمال التكامل بالتجزئة، بيّن أن $\int_{-2}^{0}(x+1)e^x\,dx=2e^{-2}$

أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و بمحور الفواصل و بالمستقيمينذو المعادلتين $x=0$ و $x=-2$

بالتوفيق