

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة و الوحيدة في كل حالة مما يلي مع التبرير

- (1) الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = 3e^{-2x} - 4$  هي حل للمعادلة التفاضلية :  
(أ)  $y' + 2y = 8$  (ب)  $y' + 2y = -8$  (ج)  $y' = y - 8$
- (2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $z - 2e^{i\theta} = 2 - i$  مع  $\theta \in [0; \pi]$  هي:  
(أ) القطعة  $[AB]$  حيث  $A(2; -1)$  و  $B(0; 1)$   
(ب) الدائرة ذات المركز  $A(2; -1)$  و نصف القطر 2.  
(ج) نصف الدائرة ذات المركز  $A(2; -1)$  و نصف القطر 2.
- (3) الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط:  $A(1, -1, -1)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(0, 3, 1)$   
قيس الزاوية  $\widehat{BAC}$  مقدرة بالراديان بتقريب  $10^{-1}$  هو:  
(أ)  $22, 2^0$  (ب)  $0, 4^0$  (ج)  $67, 8^0$
- (4) الجدول المقابل يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية  
تباين قانون الإحتمال هو:  

$x_i$	1	2	3	4
$P_i$	0,2	0,4	0,1	0,3

  
(أ) 2,5 (ب) 1,25 (ج) 1,12

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(2, -1, -2)$ ,  $C(0, 1, -2)$  والمستوي  $(P)$  الذي:  $0 = x + y - z - 3$  معادلة له.

- بين أن النقط  $A$ ,  $B$ ,  $C$  تنتمي إلى  $(P)$ .
- نعتبر  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء التي تحقق:  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$ .  
أ. بين أن  $(S)$  سطح كرة يطلب تعيين مركزها  $I$  و نصف قطرها  $R$ .  
ب. بين أن  $(S)$  و  $(P)$  يتقاطعان وفق دائرة  $(C)$  محيطة بالمثلث  $ABC$ .  
ت. بين أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع.
- ليكن  $(\Delta)$  المستقيم الذي يشمل  $I$  و العمودي على  $(P)$ .  
أ. عين تمثيلا وسيطيا ل  $(\Delta)$ .  
ب. عين إحداثيات  $G$  نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(P)$ .  
ت. تحقق أن  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$  ثم استنتج مركز الدائرة  $(C)$  و نصف قطرها.

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $IR$  المعادلة:  $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$ .
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، وحدة الطول  $1cm$  ، النقط  $A, B, C$  التي لاحقاً على الترتيب:  $z_C = -\sqrt{3} + i$  ،  $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$  ،  $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$  .
  - أ. أكتب كل من  $z_B$  و  $z_A$  على الشكل الأسّي.
  - ب. عين العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون:  $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$  حقيقي .
  - ث. هل  $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2016}$  حقيقي ؟
  - د. عين طبيعة المثلث  $OAB$  .
3. اكتب العبارة المركبة للدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{-\pi}{3}$  .
4. أ. أحسب لاحقة  $D$  صورة  $C$  بالدوران  $r$  .  
ب. بين أن لاحقة  $G$  مرجح الجملة  $\{(O; -1); (D; 1); (B; 1)\}$  هي  $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$  .  
ج. اثبت ان النقط  $C, D$  و  $G$  على استقامة واحدة.  
د. عين مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $-|z|^2 + |z - z_D|^2 + |z - z_B|^2 = 20$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I. لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$
- يرمز  $(C_f)$  إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ؛ (وحدة الطول  $2cm$ )
- 1- أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، فسر النتيجة هندسياً .  
ب) احسب  $f'(x)$  و ادرس إشارته ثم شكل جدول تغيرات  $f$  .
  - 2- أ)  $x$  عدد حقيقي كفي من  $\mathbb{R}$  ؛ احسب  $f(-x) + f(x)$  ، ثم فسر النتيجة هندسياً .  
ب) بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها .
  - 3- لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = f(x) - x$ 
    - أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  .
    - ب) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$
    - ت) ادرس إشارة  $g'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات  $g$
    - ث) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]2, 7[; 2, 8[$  . ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .
  - 4- عين إحداثي نقطة تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل ثم أنشئ  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  .
- II.  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $U_0 = 1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $U_{n+1} = f(U_n)$
- 1- باستخدام  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  ، مثل- و دون حساب- الحدود  $U_0, U_1, U_2$  ، على حامل محور الفواصل .
  - 2- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فان:  $1 \leq U_n \leq \alpha$  .
  - 3- أ) تحقق أن  $U_{n+1} - U_n = g(U_n)$  و استنتج من إجابة السؤال 3- ث (الفرع الأول) أن  $(U_n)$  متزايدة .  
ب) استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة .

## الموضوع الثاني

التمرين الأول (4,5 نقطة):

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:  $u_0 = 6$  و  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المستقيمين  $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$  و  $(D): y = x$ .

ب - مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$ ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

ج - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n > 3$ .

د - ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ . استنتج تقارب المتتالية  $(u_n)$ .

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المتتالية  $(v_n)$  حيث:  $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$ .

أ - بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{2}{3}$  يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: v_n = u_n - 3$ ، استنتج  $\lim u_n$ .

(3) لتكن  $(w_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي:  $w_n = \ln v_n$ .

أ - بين أن  $(w_n)$  متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب - نعتبر المجموع:  $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$

بين أن  $S_n = 2 \left( \frac{3}{2} \right)^{n+1} + n - 1$

التمرين الثاني (4 نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(1, 2, 7)$ ،  $B(2; 0; 2)$ ،  $C(3; 1; 3)$ ،  $D(3; - 6; 1)$  و  $E(4; - 8; - 4)$

(1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في إستقامة.

(2) ليكن  $\vec{u}$  شعاعا من الفضاء مركباته  $(1, b, c)$  حيث  $b$  و  $c$  عددا حقيقيان.

أ - عين  $b$  و  $c$  بحيث يكون  $\vec{u}$  شعاعا ناظما للمستوي  $(ABC)$ .

ب - استنتج أن:  $x - 2y + z - 4 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ .

ج - هل النقطة  $D$  تنتمي إلى المستوي  $(ABC)$ ؟

(3) نعتبر المستقيم  $(D)$  الذي تمثيله الوسيطى:  $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

أ - هل المستقيم  $(D)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$ .

ب - عين إحداثيات النقطة  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $(D)$  والمستوي  $(ABC)$ .

ج - ادرس وضعية المستقيم  $(DE)$  بالنسبة إلى المستوي  $(ABC)$ .

التمرين الثالث (5 نقاط):

1 من أجل كل عدد مركب  $z$  نضع:  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

أ) احسب  $P(-1)$  ثم عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث يكون:  $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$

ب) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$  . وحدة الطول  $2cm$  .

نعتبر النقط  $G, C, B, A$  لواحقها على الترتيب :  $z_G = 3, z_C = 2 - i\sqrt{3}, z_B = 2 + i\sqrt{3}, z_A = -1$  .  
(أ) مثل النقط  $G, C, B, A$  .

(ب) عين عمدة للعدد المركب  $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ACG$  و احسب مساحته .

3- (أ) أثبت أن النقطة  $G$  مرجح الجملة المتقلة :  $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$

(ب) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث :  $(-\overline{MA} + 2\overline{MB} + 2\overline{MC}) \cdot \overline{CG} = 12$

4- نعتبر  $S$  التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث :  $z' = (1 + i\sqrt{3})z - i\sqrt{3}$

(أ) تعرف على طبيعة التحويل  $S$  و اذكر عناصره المميزة.

(ب) عين  $G', C', A'$  صور النقط  $G, C, A$  على الترتيب بالتحويل  $S$  ثم استنتج مساحة المثلث  $A'C'G'$  .

التمرين الرابع: (6,5 نقطة)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس،  $(C_f)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  حيث:

$$f(x) = 2x - 2 + \ln\left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}\right)$$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2)]$  ، وفسر النتيجة بيانيا.

(3) أ. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :  $f'(x) = \frac{2(x-1)(x^2 - x + 2)}{x(x^2 - 2x + 2)}$

ب. استنتج إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 2x - 2$

(5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $\left] -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right[$  حيث :  $f(\alpha) = 0$

(6) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $f(x)$  .

(7) عين النقطة من  $(C_f)$  التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم  $(\Delta)$  . ثم أكتب معادلة له.

(8) أرسم  $(\Delta)$  ، (T) و  $(C_f)$  .

(9) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  :  $f(x) = 2x + m$  .

(10)  $F$  دالة أصلية لـ  $f$  على المجال  $]-\infty; 0[$  .

\*أ عين اتجاه تغير الدالة  $F$

ب\* أعط تفسيرا هندسيا للعدد  $\int_{\alpha}^{-1} f(x) dx$  دون حسابه.

تأنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا