

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

دورة: ماي 2016

الشعبة: علوم تجريبية

امتحان البكالوريا التجريبي

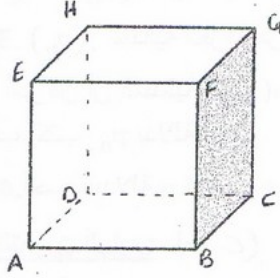
المدة: 03 ساعات و نصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 C)



نعتبر المكعب ABCDEFGH الذي طول ضلعه 1 " الشكل المقابل "

نسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH})$

K مرجح الجملة $\{(F; 2), (D; 1)\}$

1- بين أن إحداثيات النقطة K هي $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3})$

2- برهن أن المستقيمين (EK) و (DF) متعامدان .

III نعتبر النقطة M من القطعة [HG] ، نضع: $m = HM$ ، $0 < m < 1$ "

1- برهن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $]0; 1[$ حجم رباعي الوجوه EFMD، يساوي $\frac{1}{6}$ بوحدته الحجم.

2- بين أن : $(-1 + m)x + y - mz = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (MFD) .

3- نرمرز إلى d_m إلى بعد النقطة E عن المستوي (MFD) .

أبرهن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $]0; 1[$ ، $d_m = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 2}}$.

ب- عين وضعية النقطة M التي من أجلها تكون d_m أكبر قيمة ممكنة .

ج- استنتج أنه لما تكون d_m أكبر ما يمكن تكون النقطة K هي المسقط العمودي ل E على المستوي (MFD) .

التمرين الثاني: (5 C)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثير الحدود P(Z) حيث : $P(Z) = Z^3 - 7Z^2 + 25Z - 39$

1. أ- عين العددين الحقيقي a و b حيث ؛ من أجل كل عدد مركب Z : $P(Z) = (Z - 3)(Z^2 + aZ + b)$

ب- حل في C المعادلة ذات المجهول Z : $P(Z) = 0$

2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) نسمة A ، B ، C ، و D النقط التي لاحقاتها

على الترتيب : $Z_A = i$ ، $Z_B = 3$ ، $Z_C = 2 - 3i$ ، و $Z_D = -1 - 2i$

أ- حسب $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z ؛ النقطة M' لاحقتها Z' حيث : $Z' = (1 - i)Z - 1$

أ- عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة .

ب- تحقق أن : $S(B) = C$ و عين لاحقة النقطة E علما أن : $S(E) = D$.

ج- بين أن النقط A ، B ، C ، و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها E ، يطلب تعيين نصف قطرها .

4. أ- عين Z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

ب-تحقق أن النقط A ، B و F في استقامية.

5. عيّن المجموعة (T) للنقط $M(Z)$ من المستوي حيث: $Z = Z_A + \sqrt{10} e^{i\theta}$ و $\theta \in \mathbb{R}$.

التمرين الثالث: (C-4)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،
 $u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}} \sqrt{u_n}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$

2. أبين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

ب-استنتج أن (u_n) متناقصة تماما

ج- هل (u_n) متقاربة؟ إذا كانت متقاربة فما هي نهايتها

3. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ب: $v_n = \frac{1}{2} + \ln \sqrt{u_n}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

4. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \dots + \frac{1}{1+\ln u_n}$

التمرين الرابع: (C-7)

1- $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$ دالة عددية معرفة على \mathbb{R} ب:

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تتمد حلا وحيدا α في المجال $]-0.38; -0.37[$.

4. استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

2- $f(x) = 2x + 1 - x e^{-x}$ دالة عددية معرفة على \mathbb{R} ب:

ولیکن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1- f أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- بيّن أن المعادلة $f(x) = g(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2- أبين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

3. بيّن أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha - 1}$

4. أرسم (d) و (C_f) نأخذ $\alpha = -0.37$.

5. أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات

$$y = 2x + 1, \quad x = 0 \quad \text{و} \quad x = 2$$

1- (Δ_m) مستقيم معادلته $y = 2x + m$ حيث m عدد حقيقي.

1. عيّن m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحنى (C_f) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2. أكتب معادلة للمماس (Δ_m) في هذه الحالة.

3. ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة: $1 - \frac{x}{e^x} - m = 0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

وضعت أسئلة إمتحان شفوي في علبتين مئمتائتين A و B. العلبة A تحتوي على 4 أسئلة في الثقافة العامة، و 6 أسئلة في مادة الإختصاص، والعلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة و 7 أسئلة في مادة الإختصاص.

ظروف المسابقة (عمليات سحب الأسئلة وإختيار إحدى العلبتين متساوية الإحتمال)

1. شكل شجرة الإحتمالات المتوازنة
2. ما هو إحتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الإختصاص من العلبة A؟
3. ما هو إحتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الإختصاص من العلبة B؟
4. ما هو إحتمال سحب المترشح سؤال في مادة الإختصاص؟
5. علما أن المترشح سحب سوآلا في الثقافة العامة، ما إحتمال أن يكون من العلبة B؟
6. مترشح آخر يسحب عشوائيا سوآلا واحدا من العلبة A وسوآلا واحدا من العلبة B بين أن إحتمال سحب سوآلين في مادة الإختصاص هو 0.42

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(z+2)(z^2+z+1)=0$
(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{u}, \bar{v})$ نعتبر النقط A, B, C, D, E ذات اللواحق

$$z_E = \bar{z}_D, \quad z_D = 2(-1 + \sqrt{3}i), \quad z_C = -2, \quad z_B = \bar{z}_A, \quad z_A = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

1. اكتب $(-z_A)$ على الشكل الاسي ثم علم النقط A, B, C, D, E

2. ليكن R التحويل النقطي الذي يحول $M(z)$ إلى $M'(z)$ حيث: $\frac{z'+2}{z+2} = -z_A$

أ- ما طبيعة التحويل R و حدد عناصره المميزة

ب- لتكن النقطة F حيث: $R(D) = F$ ، بين أن $z_F = 1 + \sqrt{3}i$

ج- اكتب العدد $\frac{z_E - z_F}{z_D - z_F}$ على الشكل الجبري ثم استنتج أن المستقيمين (FD) و (EF) متعامدان

3. لتكن G مرجح الجملة $\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (C, |z_C|)\}$

أ- عين z_G لاحقة G

ب- عين مجموعة النقط M حيث: $\overline{MG} = \lambda \overline{AB}$ لما يسمح λ مجموعة الاعداد الحقيقية

ج- اكتب معادلة ديكارتية لهذه المجموعة

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g .

2. احسب $g(1)$ ، استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = x - \frac{\ln x}{x} \quad (C_f)$$

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانياً ،

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها.

3. أ- ليكن (D) مستقيم معادلته $y = x$. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

4. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

5. أرسم (D) و (C_f) .

6. احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و محور الفواصل والمستقيمان اللذين

معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$.

7. ناقش بيانياً، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$x^2 - mx - \ln x = 0$$

III. نعتبر الدالة h ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $h(x) = f(e^x)$.

1. بين أنه من أجل كل x من R لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$.

2. استنتج جدول تغيرات الدالة h .

IV. لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e$ و $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. بإستعمال رسم (D) و (C_f) مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على محور الفواصل دون حسابها.

2. بإستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq e$.

3. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً.

4. هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر.

5. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.