

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول (4.5) :

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. المستوى ذو المعادلة $2x + y - 2z + 4 = 0$ والنقط $A(3; 2; 6)$ ، $B(1; 2; 4)$ و $C(4; -2; 5)$

1. اثبت ان النقط A, B, C تعين مستويا ثم تحقق ان هذا المستوي هو (P) . بين ان المثلث ABC قائم
2. (ا) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة O وعمودي على المستوي (P)
(ب) استنتج احداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (P) . احسب OH
(ج) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$
3. لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(O, 3); (A, 1); (B, 1); (C, 1)\}$ ومركز ثقل المثلث ABC
بين ان النقطة G تنتمي الى المستقيم (OI) واحسب بعد النقطة G عن المستوي (P)
4. لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\|3\vec{MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 6$
(ا) حد طبيعة المجموعة (S) وعناصرها المميزة
(ب) ماهي طبيعة مجموعة النقط تقاطع (S) و (P) ؟ برر اجابتك

التمرين الثاني (04) :

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_{n+1}}$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < \frac{1}{2}$
2. (ا) تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_{n+1}}$. استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$
(ب) بين ان المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة ثم احسب نهايتها
3. نضع من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{5^n u_n}{2u_n - 1}$
(ا) اثبت ان (v_n) متتالية هندسية أساسها 10 وبطلب حساب حدها الأول v_0
(ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n . ثم بين ان $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
4. احسب بدلالة n المجموع $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثالث (4.5) :

1. نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z المعرفة بـ: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$
(ا) احسب $P(-1)$ ثم بين انه يوجد عددين حقيقيين a و b حيث: $P(z) = (z + 1)(z^2 + az + b)$
(ب) حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$
2. المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نعتبر النقط A, B, C, G لواحقها: $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_G = 3$ و $z_C = 2 - i\sqrt{3}$

- (أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا
- (ب) احسب الاطوال AB, AC, BC . استنتج طبيعة المثلث ABC
3. (أ) اكتب $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ على الشكل الاسي . استنتج ان A هي صورة G بتحويل نقطي يطلب تعيينه
- (ب) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG
4. (أ) بين ان النقطة G هي مرجح الجملة $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$
- (ب) عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $\overrightarrow{CG} = -4(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC})$
5. أنشئ النقطة H ذات اللاحقة $e^{i\frac{\pi}{6}}$ دون أي حساب
- احسب $|z_H|$. عين بطريقة هندسية عمدة للعدد المركب z_H

التمرين الرابع (07) :

- I. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = x - 1 + 2 \ln x$
1. احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$
 2. عين اتجاه تغير الدالة g
 3. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
- II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 2 + (\ln x)^2 - \ln x$. نسمي المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
1. (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
 - (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم قدم جدول تغيراتها
 2. اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها x_0 و x_1 حيث : $\frac{1}{e} < x_0 < 1$ و $\frac{9}{4} < x_1 < 2$
 3. (أ) حل المعادلة ذات المجهول x ، $f(x) = x$
 - (ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمنصف الاول (Δ)
 4. اوجد النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا للمنصف الأول (Δ)
 5. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f)
 6. ناقش باستعمال المنحنى (C_f) ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود حلول المعادلة : $(\ln x)^2 - \ln x - m - 2 = 0$
- III. نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $F(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$
1. اثبت ان F هي دالة اصلية للدالة $(\ln x)^2$ على المجال $]0; +\infty[$
 2. استنتج الدالة الاصلية G للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تنعدم من اجل $x = 1$. احسب $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x)}{x-1}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04.5) :

في الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(3; 1; 0)$ ، $B(1; 2; 0)$ ، $C(3; 2; 1)$ و $D(0; 0; m)$ حيث m عدد حقيقي موجب

1. (ا) احسب الجداء السلمي $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos \widehat{ABC}$ و $\sin \widehat{ABC}$
(ب) احسب مساحة المثلث ABC
2. بين ان الشعاع $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكرتية له
3. بين ان $ABCD$ رباعي وجوه وان حجمه $V_{ABCD} = \frac{2m+5}{6}$
4. لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء والتي تحقق $x^2 + y^2 + z^2 - 2mz + m^2 - 9 = 0$
بين انه من اجل كل عدد حقيقي موجب m فان (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها
5. عين قيمة m حتى يكون (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m)
6. اكتب معادلة للمستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) ويمس (S_m)

التمرين الثاني (04) :

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0; 3]$ حيث : $f(x) = 2 - (x - 2)^2$ و (Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$

1. (u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي : $u_0 = \frac{5}{4}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$
(ا) مثل على محور الفواصل (على الوثيقة المرفقة) الحدود التالية : u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل
(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها
2. (ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : 1 < u_n < 2$
(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة
3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة : $v_n = \ln(2 - u_n)$
(ا) برهن ان (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 . يطلب حساب حدها الأول
(ب) اكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- ج) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$
د) احسب بدلالة n الجداء : $S_n = (2 - u_0)(2 - u_1)(2 - u_2) \dots (2 - u_n)$

التمرين الثالث (4.5) :

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0$
2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C, D ولاحقها على الترتيب :
 $z_D = \overline{z_C}$ ، $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ ، $z_B = \sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$
بين ان النقط A, B, C, D وتنتمي الى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 3$ يطلب تعيين نصف قطرها
3. لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة الى المبدأ O
(ا) بين ان $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC
(ب) بين انه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E الى النقطة C يطلب تعيين زاويته
4. نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

(ا) عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة

(ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق: $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي

(ج) عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية

التمرين الرابع (07):

1. ا. الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = 1 - xe^{-x}$

1. احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ وعين اتجاه تغير الدالة g على المجال $[-1; +\infty[$

2. (ا) اثبت من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $g(x) \geq 1 - e^{-1}$

(ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $[-1; +\infty[$

1. ا. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:
$$\begin{cases} f(x) = -\frac{4\ln(-x)}{x} & ; x < -1 \\ f(x) = (x+1)(1+e^{-x}) & ; x \geq -1 \end{cases}$$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. وحدة الطول: $2cm$

1. (ا) تحقق ان الدالة f مستمرة عند $x_0 = -1$

(ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند x_0 . اعط تفسيراً بيانياً لهذه النتيجة.

2. احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. استنتج ان للمنحنى (C_f) مستقيم مقارب يطلب تعيين معادله له

3. (ا) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) على المجال $[-1; +\infty[$

4. (ا) تحقق من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; -1[$ ، $f'(x) = \frac{4(\ln(-x)-1)}{x^2}$

(ب) عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; -1[$ ثم على المجال $[-1; +\infty[$. قدم جدول تغيرات الدالة f

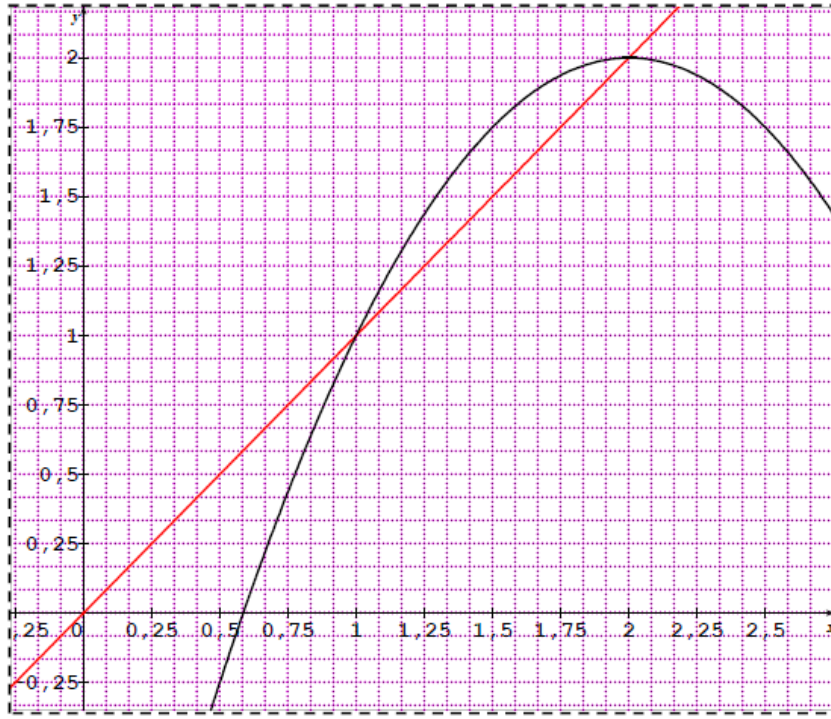
(ج) بين انه توجد نقطة وحيدة فاصلتها اكبر من -1 يكون عندها المماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ)

5. (ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقع اعلى محور الفواصل

(ب) أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f)

(ج) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $x = 1$ ، $x = e$ ، و $y = x + 1$

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثاني - الموضوع الثاني



الإسم واللقب :

..... ✂

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثاني - الموضوع الثاني :



الإسم واللقب :