

فرض الفصل الثالث في مادة الرياضيات

2017/04/20 . ٤٤

عاج موضوعا واحدا على اختيار

الموضوع الأول

التمرين الأول :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D

ذات اللاحقات $Z_A = \sqrt{3} - i$ ؛ $Z_B = \sqrt{3} + i$ ؛ $Z_C = 2i$ و $Z_D = -\sqrt{3} - i$ على الترتيب .

أ - علم النقط A, B, C و D .

ب - اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج - تحقق أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

(2) لنعتبر التحويل النقطي S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D .

أ - اثبت أن التحويل S هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية) .

ب - تحقق أن صورة النقطة B بالتشابه S هي النقطة C .

(3) لتكن النقطة G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $1, -1, 2$ على الترتيب .

- عين احداثي النقطة G .

التمرين الثاني :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3} \right) u_n - \frac{2a+4}{3} \text{ ، حيث } a \text{ وسيط حقيقي .}$$

(1) عين قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

(2) نفرض $a \neq \frac{5}{2}$. عين قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية ، ثم أحسب عندئذ u_n

ومجموع n حدا الأولى من المتتالية .

(3) عين قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية ثم عين في هذه الحالة كلا من u_{50} ومجموع 50 حد الأولى منها .

(4) نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن : $u_n = 3^n + 2$

$$\text{ثم بيّن أنّ : } u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{1}{2} (3^{n+1} + 4n + 3) .$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة في IN^* كما يلي : $U_1 = 7, U_{n+1} = \alpha u_n + 5$

* نضع من أجل $n \in IN^*$ ، $V_n = U_n - 6$

(1) أوجد العدد الحقيقي α بحيث تكون (V_n) متتالية هندسية .

و أحسب حدها الأول و أساسها في هذه الحالة .

(2) نضع : $\alpha = \frac{1}{6}$

أ° أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

ب° أحسب نهاية (V_n) لما n يؤول إلى $+\infty$ $(\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n)$.

ج° استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

التمرين الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$D(-5; 0; 1); C(0; 0; 4); B(0; 6; 0); A(3; 0; 0)$

1 - تحقق أنّ النقط $B; A; C$ و C تعين مستويا .

2 - بين أنّ الشعاع $\vec{n}(4; 2; 3)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

3 - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D و يعامد المستوي (ABC) .

4 - نسمي H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) ، أحسب إحداثيات النقطة H .

أ - أحسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC) .

ب - بين أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء : $\overline{MD} \cdot \overline{MH} = MI^2 - ID^2$ حيث I منتصف القطعة $[DH]$.

استنتج مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overline{MD} \cdot \overline{MH} = 0$

5 - تعتبر النقطة $N\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}; 0\right)$

- بين أنّ N هي المسقط العمودي للنقطة C عى المستقيم (AB) .