الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

- ثانوية تواتي حمد لخضر
- متقن ميلودي العروسي
- مدرسة سبل النجاح
دورة : ماي 2017

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات
المدة : 03 سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(1،0،-1)$ ، $B(\frac{3}{2}،-1،-\frac{1}{2})$

نعتبر (s) المعادلة لسطح الكرة المعرفة بـ : $x^2+y^2+z^2-3x+2y+z+2=0$

المستوي (p) ذا المعادلة $x-2y+z-3=0$

أختر الإجابة الصحيحة الوحيدة لكل سؤال مع تبرير اختيارك :

1) الكرة (s) التي مركزها B طول قطرها هو : أ- $\sqrt{6}$ ، ب- $\sqrt{3}$ ، جـ - $\sqrt{2}$

2) المستوي (p) يقطع الكرة (s) في دائرة مركزها وطول قطرها هو :
أ - $\{A ، \sqrt{6}\}$ ، ب - $\{B ، \sqrt{6}\}$ ، أ - $\{B ، \sqrt{3}\}$

3) التمثيل الوسيطي للمستقيم الذي يشمل A و العمودي على المستوي (p) في B هو :

أ - $\begin{cases} x=t-1 \\ y=-2t \\ z=t-1 \end{cases}$ ، ب - $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t \\ z=t-1 \end{cases}$ ، جـ - $\begin{cases} x=t+2 \\ y=-2t-2 \\ z=t \end{cases}$ (t عدد حقيقي)

4) المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) الموازي لـ (p) ويحقق : $d(A، Q) = d(A، p)$ هي :
أ - $x-2y+z+3=0$ ، ب - $x-2y+z+2=0$ ، جـ - $2x-2y+2z-3=0$

5) لسطح الكرة (s) عند النقطة A :
أ – مستو وحيدا مماسا ، ب – عدة مستويات مماسه ، جـ - لا يوجد أي مستوٍ مماس

التمرين الثاني : (4.5 نقطة)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلتين ذات المجهول Z حيث:

$$Z^3-2Z^2+5Z=0 \quad (1) \quad ، \quad Z^3+Z^2+4Z+4=0 \quad (2)$$

I) 1 - بين إذا كان Z_0 حلا للمعادلة (1) فإن (Z_0-1) حلا للمعادلة (2).

2 - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ثم استنتج حلول المعادلة (2)

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C ذات اللواحق على الترتيب : $Z_A=-1$ ، $Z_B=1+2i$ ، $Z_C=1-2i$

1 - أكتب على الشكل الأسى العدد المركب $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2 - استنتج تحويلا T في المستوي المركب يحول C إلى B والنقطة A إلى نفسها مع ذكر عناصره المميزة

3- عين لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

4- h التحويل النقطي في المستوي الذي يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوى إلى النقطة $\acute{M}(\acute{z})$

و المعرف بالعبارة : $\overrightarrow{\acute{M}M} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$

أ) أثبت أن : $\overrightarrow{G\acute{M}} = 4\,\overrightarrow{GM}$

ب) أكتب الصيغة المركبة للتحويل h وحدد طبيعته مع ذكر عناصره المميزة

5- أ) التحويل S المعرف بـ : $S = T \circ h$ هو تشابه مباشر يطلب نسبته وزاويته .

ب) أحسب مساحة المثلث $\acute{A}\acute{B}\acute{C}$ صورة المثلث ABC بالتحويل S

التمرين الثالث : (4.5 نقطة)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1 - أ) أحسب الحدود u_1 ، u_2 ، u_3

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات (u_n)

2 - أ) برهن بالتراجع ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < n + 3$

ب) أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

3 - لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم أستنتج u_n بدلالة n

جـ) هل المتتالية (u_n) متقاربة.

4 - نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 \ldots\ldots\ldots + u_n + 2v_n$

بين أن : $S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 6$

التمرين الرابع : (6.5 نقطة)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + \frac{1-2e^{2x}}{1+2e^{2x}}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي فالدالة تكتب على الشكليين التاليين:

$$f(x) = x + 1 - \frac{4e^{2x}}{1+2e^{2x}} \quad , \quad f(x) = x - 1 + \frac{2}{1+2e^{2x}}$$

ب) اختر الشكل المناسب لحساب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم استنتج وجود مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') لـ (C_f) يطلب إيجاد معادلتيهما

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) و (Δ') .

2- أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (f(x) - x)^2$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

جـ) استنتج وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

3 - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]0.5\,;1[$

4- ثم أنشئ (C_f)

5- ناقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة ذات الوسيط الحقيقي m : $m = \frac{1-2e^{2x}}{1+2e^{2x}}$ حيث $|m| < 1$

6- بين أن مساحة الحيز المحدد بالبيان (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 0$ ، $x = -1$ و $y = x + 1$ هي : $\ln\left(\frac{3}{2e^{-2}+1}\right)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(-7،0;4)$ ، $B(2;1;3)$
$C(3;2;4)$ و $D(-3;-6;6)$ المستوي (p) معادلته $2x-3y+Z-4=0$

1- تحقق أن النقطتين B و C من المستوي (p)

2- بين (p) هو المستوي المحوري للقطعة $[AD]$

3- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AD)

4- تحقق أن النقطة $H(-5;-3;5)$ هي نقطة تقاطع المستقيم (AD) والمستوي(p)

5- علما أن حجم الربا عي $ABCH$ هو 10 (وحدة حجوم) استنتج مساحة المثلث BCH

6- ا) بين أن التمثيل الوسيطي للممستوي (p) معرف بـ : $\begin{cases}x=\alpha+7\lambda+2\\y=\alpha+4\lambda\\z=\alpha-2\lambda\end{cases}$ ، α و λ عددين حقيقيين

ب) لتكن M نقطة كيفية من المستوي (p) ، أثبت أن الجداء $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}$ مستقل عن الوسيطين α و λ

جـ) عين قيمتي α و λ بحيث تكون المسافة AM أصغرما يمكن ثم استنتج هذه المسافة

التمرين الثاني: (5 نقاط)

I) نعتبر في المجموعة C المعادلة : $Z^4=-64$ (E)

1) بيّن أنه إذا كان Z_0 حلا للمعادلة (E) فان $-Z_0$ و $\overline{Z_0}$ هما أيضا حلان لها

نعتبر العدد المركب $Z_0=2+2i$

أ- أكتب Z_0 على الشكل الأسي

ب- تحقق أن Z_0 حل للمعادلة (E) ثم استنتج ثلاثة حلول أخرى لهذه المعادلة

II) المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$, نعتبر النقط: A , B , C و D ذات اللواحق .

$Z_A=2+2i$, $Z_B=\overline{Z_A}$, $Z_C=-Z_A$ و $Z_D=\overline{Z_C}$

1) أ- بيّن أن النقط A , B , C و D تنتمي الى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

طبيعة المثلث ABC .

2) ليكن R الدوران الذي مركزه O و يحول A الى B

أ- عين زاوية الدوران R ثم أكتب عبارته المركبة .

ب- بين أن صورة الرباعي ABCD بالدوران R هو نفسه , ثم استنتج طبيعته

3) أ- تحقق أن O هي مركز الرباعي ABCD

ب- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي تحقق : $\|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MA}\|=4$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n)معرفة كما يلي : $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{4}{u_n+3}$

1- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $-1\prec u_n\leq 0$

2- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج تقاربها

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة في $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ– بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r و وحدها الأول v_0

ب– احسب v_n و u_n بدلالة n

جـ - احسب $\lim u_n$

4- أ) نعتبر المجموعين : $s_n = v_0 + v_1 \; ....+ v_n$ و $s'_n = v_0u_0 + v_1 u_1 \; ....+ v_nu_n$

بين أن : $s'_n = n+1-s_n$ ثم عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $s'_n = -60$

التمرين الرابع : (6.5 نقطة)

I - g دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1} - \ln x$

إليك جدول تغيراتها المبين في الشكل التالي

x	$0 \quad\quad +\infty$
$g'(x)$	-
$g(x)$	

1- أكمل الجدول

2- علل وجود عدد حقيقي وحيد α على المجال $]0,+\infty[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقق أن : $1.83 \prec \alpha \prec 1.84$

3- حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

II- f دالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- بين أن (C_f) يقبل محوري الإحداثيات مستقيمين مقاربين له

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f'(x)=\dfrac{4x+2}{(x^2+x)^2}\times g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f. ثم شكل جدول تغيراتها

3- بين أن $f(\alpha)=\dfrac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ثم استنتج حصرا $f(\alpha)$

4- أدرس وضعيه المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

5- أنشئ (C_f)

6- عين قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x)=f(m)$ حلا واحد في المجال $]0,+\infty[$

7- نعتبر الدالة h المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $h(x)=|f(x)|$

أ– أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند العدد 1

ب– اشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أنشئ (C_h) .