الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـات مقاطعة تيميمون

الشعبة : علــوم تجريبية — دورة مـــاي 2018

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

(U_n) و (V_n) متتاليتان معرفتان كما يلي: $U_0 = 1$ و $V_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n:

$$U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3} \quad \text{و} \quad V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5}$$

1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $W_n = U_n - V_n$

أ) بين أن المتتالية (W_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) أكتب عبارة W_n بدلالة n ثم عين نهايتها

2) أ) عبر عن : $U_{n+1} - U_n$ و $V_{n+1} - V_n$ بدلالة W_n

-استنتج اتجاه تغير المتتاليتين (U_n) و (V_n) ثم بين أنهما متجاورتان

3) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية (T_n) المعرفة بـ: $T_n = 3U_n + 10V_n$

أ) بين أن المتتالية (T_n) ثابتة ثم أحسب نهايتها

ب) عين نهاية المتتاليتين (U_n) و (V_n)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2 - 6Z + 10 = 0$

2) في المستوي المركب نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما: $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$ وليكن r الدوران الذي مركزه A و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له

أ) أوجد العبارة المركبة للدوران r ثم أوجد لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران r

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

لتكن النقطة $D(1;1)$ وليكن العدد المركب $L = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$

3) أ) أكتب العدد المركب L على الشكل الجبري ثم المثلثي والأسي.

ب)أحسب العدد $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2018}$

ج)عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا

التمرين الثالث:(04 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط :

$A(0;-2;2)$, $(3;1;5)$, $C(3;-2;-1)$ و $E(-3,4,-1)$

1) أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له

2) بين أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P)ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

3) نعتبر المستوي (Q) تمثيله الوسيطي: $m \in \mathbb{R}$ و $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = t + m \\ y = 2t - 2 \\ z = t + m + 2 \end{cases}$

أ) تحقق أن النقطة A تنتمي الى المستوي (Q)

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1,0,-1)$ ناظمي للمستوي (Q)

4) عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q)

5) بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (ABC)

التمرين الرابع:(07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = ax + \frac{b}{1+e^x}$ حيث a ; b عددان حقيقيان ثابتان

-أحسب $h'(x)$ ثم عين العددين الحقيقيين a ; b حيث: $h(1) = \frac{e}{1+e}$ و $h'(0) = \frac{5}{4}$

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $4cm$

1- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) > 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أ)بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y = x$ و $(\Delta_2) : y = x - 1$ مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f).

ب)أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيمان (Δ_1) و (Δ_2)

4- تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = -1$.ثم فسر النتيجة بيانيا

5- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6- أ)بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث: $0 < \alpha < 0.5$

ب)تحقق أن $\frac{1}{\alpha} = 1 + e^{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ$f(\alpha)$

7- أنشئ كلا من (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f). (نقبل أن المنحني (C_f) يقبل $A(0;-\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف)

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عددحلول المعادلة: $m = \frac{1}{1+e^x}$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء بحيث $(n \geq 2)$ لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق كرتين .

نفرض أن سحب كرية بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) نعتبر السحب على التوالي مع اعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتمال له

ب) أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(X)$

ت) هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$

2) نفرض أن السحب في آن واحد

أ- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب- أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (4نقاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 11z - 15$

أ) تحقق أن $P(3) = 0$.

ب) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$

ت) حل في C المعادلة : $P(z) = 0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ ، نعتبر النقط : A , B , C و D ذات اللواحق : $Z_A = 1 + 2i$ ، $Z_B = 1 - 2i$ ، $Z_C = 1 + 3i$ ، $Z_D = 5 - i$

أ) اكتب العدد $\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A}$ على شكليه الجبري و الأسي .

ب) استنتج نسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D .

ت) احسب ω لاحقة النقطة Ω مركز التشابه المباشر S ، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي : $Z' = (1+i)Z + 2$

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث: $Z = 1 + 2i + e^{i\theta}\,(\,\theta \in \mathbb{R}\,)$

أ) بين أن C نقطة من (E)

ب) عين طبيعة المجموعة (E) وعناصرها المميزة

ت) استنتج طبيعة المجموعة (E') صورة المجموعة (E) بالتشابه المباشر S وعناصرها المميزة.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

(U_n)متتالية معرفة بحديها $U_0 = 0$ و $U_1 = 3$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3$

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس

أ) مثل المستقيمين (T) و (D)اللذين معادلتيهما على الترتيب

$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + 3$ ثم مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2وU_3 دون حسابها

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)و تقاربها

3) أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 6$. ماذا يمكن القول عن المتتالية (U_n) ؟

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية(U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

4) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = U_n - 6$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب)عبر عن كل من V_n و U_n بدلالة n . ثم احسب نهاية U_n

ج)احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots \ldots \ldots + U_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الاول :لتكن الدالة g المعرفة على $]2, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 4x + 3 + \ln(x - 2)$

أ – أحسب نهايات الدالة g عند 2 و $+\infty$.

ب – ادرس اتجاه تغير الدالة gعلى $]2, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

ج– أحسب $g(3)$، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]2, +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 3 - \frac{\ln(x-2)}{x-2}$

(Cf)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $2cm$

1) أحسب نهايات الدالة fعند 2 و $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]2, +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ – بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 3$ هو مقارب مائل للمنحني (Cf)عند $+\infty$.

ب –ادرس وضعية المنحنى(Cf) بالنسبة المستقيم (D).

4) أنشئ كلا من المستقيم (D) و المنحنى (Cf)

5)أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني(Cf) و المستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = 3$و $x = 5$

بالتوفيق للجميع في بكالوريا 2018