الجمهورية الجزائرية الديّمقراطية الشّعبية

وزارة التّربية الوطنية

مديرية التّربية لولاية تبسة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي دورة (ماي 2018)

الشعبة : علوم تجريبية — ثانوية : الشهيد شريط لزهر الحمامات

اختبار في مادة الرياضيات — المدّة: 03 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التّمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}$

1) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $1<u_n<2$.

2) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة.

3) نعتبر المتتالية $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $t_n=\ln(u_n-1)$

أ- بين أن $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عبر عن t_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

ب- عين $\lim\limits_{n\to+\infty}(t_n)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

ج- أحسب الجداء $P_n=t_0\times t_1\times\dots\dots\times t_n$

التّمرين الثّاني: (4 نقاط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $z^2+\sqrt{3}z+1=0$. ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي .

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النّقطة A، التي لاحقتها

$$z_A=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$

عين z_B لاحقة النقطة B التي تنتمي للمحور التخيلي بحيث يكون المثلث OBA متقايس الأضلاع.

3) ليكن R الدّوران الذي مركزه النّقطة O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

أ) أكتُب العبارة المركّبة للدّوران R.

ب) أوجد $z_{A'}$ لاحقة النّقطة A' صورة النّقطة A بالدّوران R.

4) (T) مجموعة النّقط M، ذات اللاّحقة z، من المستوي المركّب بحيثُ: $|iz-2-i|=|\bar{z}+3i|$.

عين طبيعة المجموعة (T) ثم أنشئها .

التّمرين الثّالث: (5 نقاط)

صندوق يحتوي على 4 كرات حمراء و كرتين سوداوين . الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق .

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية: A_0 " لم نسحب أي كرات سوداء "

A_1 " سحب كرة سوداء بالضبط ".

A_2 " سحب كرتين سوداوين ".

2) بعد السحب الأول بقيت في الصندوق 4 كرات ، نجري سحبا اخر على التوالي ودون ارجاعٍ، نعتبر الحوادث التالية: B_0 " لم نسحب أي كرات سوداء عند السحب الثاني".

B_1 " سحب كرة سوداء بالضبط في السحب الثاني".

B_2 " سحب كرتين سوداوين عند السحب الثاني ".

أ) أحسب $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ و استنتج $P(B_0)$

ب) اذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الأول .

3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق في أن واحد . نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الرّابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln(x)$.

1) أدرس تغيُّرات الدّالّة g ، ثمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1<\alpha<2$

3) استنتج اشارة $g(x)$ من أجل كل x من $]0,+\infty[$.

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد للمستوي. وحدة الطول : محور الفواصل $1\to 1cm$ ، محور التراتيب $1\to 5cm$.

1) أحسُب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتائج.

2) أ- بين أنّه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ أن: $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}g(x)$.

ب - استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

3) عين معدلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) أنشئ (Δ) و (C_f). تعطى $f(\alpha)=0{,}4$

5) ناقش، بيانيّاً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $x^2+x+2\ln x=m(x^3+x^2)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التّمرين الأول: (04 نقاط)

صندوق U_1 يحتوي على 4 كرات تحمل الرقم 2 وكرتين تحملان الرقم 1 و صندوق U_2 يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 .

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

A " الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 ".

B "الكرة المسحوبة تحمل الرقم 2 ".

2) نعتبر التجربة التالية نسحب كرة من الكيس U_1 إذا كانت تحمل الرقم 1 نسحب كرة من U_2 و إذا كانت تحمل الرقم 2 نسحب كرتين في ان واحد من U_2

B_0 " أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء".

B_1 " أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراء ".

3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق U_2 و في آن واحد و نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. نعتبر النّقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1) أثبت أنّ النقط A ، B و C تعين مستو يا وحيدا (ABC) .

2) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = -7+2t \\ y = -3t \\ z = 4+t \end{cases}$ (Δ).

بين أن المستقيم (Δ) يُعامد المستوي (ABC)، ثم أكتُب معادلة ديكارتيّة للمستوي (ABC).

3) نسمي H النقطة المشتركة بين (Δ) و (ABC).

بين أن H هي مرجح الجملة المثقلة $(A,-2);(B,-1);(C,2)$

4) نعتبر $(T_1),(T_2)$ مجموعتي النقط من الفضاء و التي تحقق :

$(T_1) : (-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ و $(T_2) : \left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

عين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$ ، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

التّمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر في مايلي النّقط A ، B و C التي لواحقها $z_A = 4-3i$ ، $z_B = 4+3i$ و $z_C = 7$ على التّرتيب

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1) المعادلة $z^3-15z^2+81z-175=0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0=7$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S=\{7,4-3i,4+3i\}$ ب) $S=\{7,-4-3i,-4+3i\}$ ج) $S=\{-7,4-3i,4+3i\}$

2) العدد $\left(\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right)^{2018}$ يساوي:

أ) 1 ب) 0 ج) -1 .

3) لدينا $z_A-z_C=i\left(z_B-z_C\right)$ المثلث ABC

أ) قائم في C ب) قائم في C و متساوي الساقين ج) متساوي الساقين .

4) العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega=4$ و يُحوّل النّقطة C إلى النّقطة B فإن العبارة المركبة لهذا التحويل :

أ) $z'=iz+4-4i$ ب) $z'=2iz+3-4i$ ج) $z'=iz+3-4i$.

5) (T) مجموعة النّقط M، ذات اللاّحقة z، من المستوي المركّب حيثُ يكون $\frac{z-z_B}{z-z_C}$ تخيلّياً صرفاً جزؤه التّخيّلي موجب هي :

أ)المستقيم (AB) ب) دائرة قطرها $[AB]$ ج) هي نصف دائرة قطرها $[BC]$ باستثناء النّقطتين B و C

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2-(2x+1)e^{2x}$.

1) أدرس تغيرات الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α بحيث $0{,}1<\alpha<0{,}3$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=2x-1-xe^{2x}$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. ثم فسر النتائج هندسيا .

2) أثبت أن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f، و شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أثبت أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$، ثم أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و (Δ).

4) بين أن $f(\alpha)=-1+\frac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$، جد حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ $\left(C_f\right)$ و (Δ).

5) بين أن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $H(x)=\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x}$، دالة أصلية لـ $x\to xe^{2x}$، ثم، أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ و المستقيمات $y=2x-1$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

اساتذة المادة