ثانوية طارق بن زياد-ثانوية لحسيني محمد* الحجيرة*
السنة الدراسية: 2019/2018

المستوى والشعبة: ثالثة علوم تجريبية
المـــــــــــدة: ثلاث ساعات

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط ونصف)

كيس به 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربعة بيضاء مرقمة من بـ: 1، 0، 1، 1-، وثلاثة حمراء مرقمة بـ: 1، 0، 1- وكرتان سوداوان مرقمة بـ: 1- ، 0.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتان على التوالي وبدون ارجاع.

1. شكل شجرة الاحتمال الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين التاليتين:
أ) بالاعتماد على ألوان الكرات ب) بالاعتماد على أرقام الكرات.

2. أحسب احتمال الحوادث التالية:
الحادثة A: "سحب كرتين من نفس اللون"، الحادثة B "سحب كرة حمراء على الأكثر "، الحادثة C " سحب كرتين من نفس الرقم"

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.
ب. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.
ج. أحسب التباين $V(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.
أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1. مجموعة حلول المعادلة $\left(\dfrac{z+3-2i}{iz-i}\right)^2=-1$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي $S=\{-1+i\}$.

2. من أجل كل عدد مركب z : إذا كان $|z|=1$ فإن $\bar{z}=\dfrac{1}{z}$

3. من أجل كل عدد طبيعي n: $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)^{6n}=(-1)^n$

4. من أجل كل عدد حقيقي θ: إذا كان $Z=(\sin\theta-i\cos\theta)(\cos\theta+i\sin\theta)$
فإن: $\arg(Z)=2\theta-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ ، حيث $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط ونصف)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نعتبر f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ ، و (C_f) المنحني الممثل لها، (D) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الى الوثيقة المرفقة)

I) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

II) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le 5$.

3) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل.

ب) عبّر عن v_n و u_n بدلالة n ثم عين نهاية المتتالية (u_n).

5) أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + ... + \frac{1}{u_n+1}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 1 - 2\ln x$.

1/ ✤ أدرس تغيرات الدالة g .

2/ ✤ استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1-(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) المنحنى المثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ ✤ احسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2/ ✤ برهن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (إرشاد : ضع $t = \sqrt{x}$)، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3/ ✤ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+(\ln x)^2}{x^2}$.

✦ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

✦ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.

4/ ✤ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

✦ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

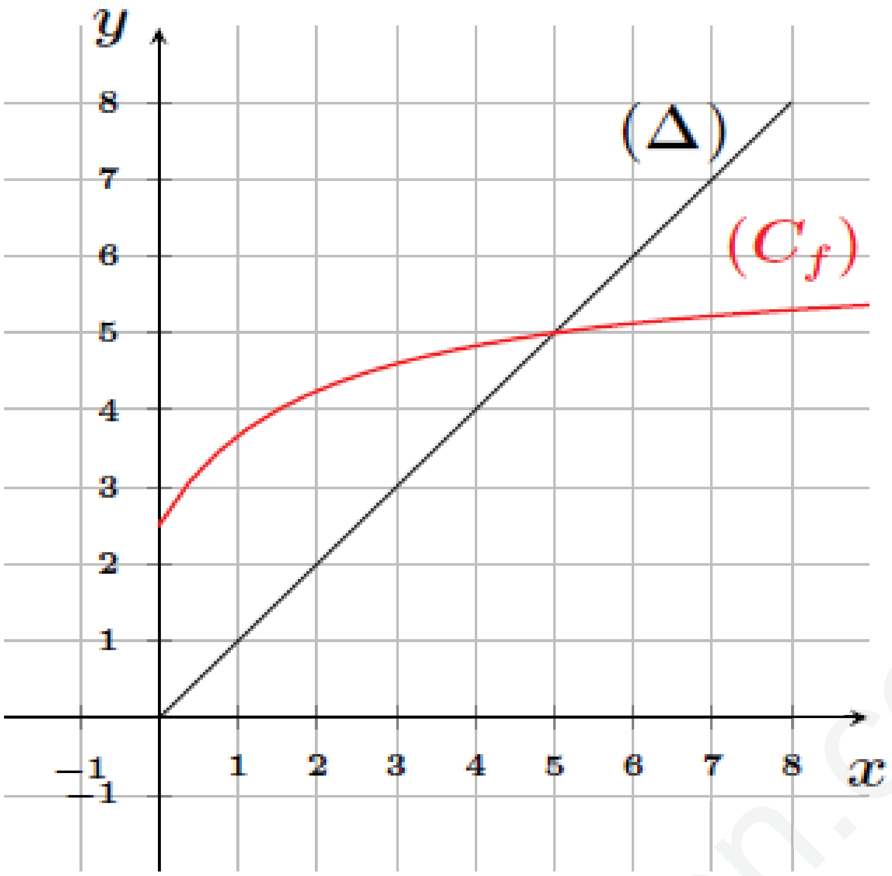
5/ ✤ ارسم (Δ) و (C_f) علما أن ($f(0.5) \simeq 1.5$ ، $f(1) = 2$ و $f(2) \simeq 2.25$) .

6/ ✤ نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $h(x) = f(-x)$.

ـ اشرح كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه في المعلم السابق.

الاسم و اللقب:

القسم :



الاسم واللقب:
القسم :