

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية الاصلاح - غرداية

الامتحان الأبيض لشهادة البكالوريا

دورة: ماي 2015

الشعبة: تسيير واقتصاد

الأستاذ: زروال حابر

يوم الاثنين 18 ماي 2015

المدة: 03 سا و 30 د

المادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (7 نقاط)

( $u_n$ ) متتالية عددية حدها الأول  $u_0 = 1$  ومعرفة بالعلاقة التراجعية:  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$ .

i برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n < 6$

ii نعتبر المتتالية ( $v_n$ ) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $v_n = u_n - 6$

(1) برهن أن المتتالية ( $v_n$ ) هندسية، يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(2) عين الحد العام للمتتالية ( $v_n$ )، ثم استنتج أن  $u_n = -5\left(\frac{2}{3}\right)^n + 6$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ )، هل المتتالية ( $u_n$ ) متقاربة؟ علل.

(4) احسب النهايتين:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

(5) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ .

(6) احسب النهاية:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(7) استنتج بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث:  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

الجدول أدناه يمثل استهلاك شركة للورق الصناعي بالكيلو غرام من سنة 2007 إلى سنة 2014:

السنوات	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
وزن الورق $kg - y_i$	480	496	510	520	531	536	543	539

(1) في ورق ميليمتري، مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد مبذوه  $O'(0; 470)$  حيث:  $1 \text{ cm}$

سنة على محور الفواصل،  $1 \text{ cm}$  مقابل  $10 \text{ kg}$  على محور الترتيب.

(2) عين إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$ ، ثم مثلها في المعلم السابق.

(3) \* أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة السابقة.

\* ارسم هذا مستقيم في المعلم السابق.

(4) باستعمال التعديل السابق بيانيا، أوجد كمية استيراد الورق لسنة 2019.

التمرين الثالث: (8 نقاط)

(1) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  كمايلي:

$$f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 7}$$

وليكن المنحني  $(C)$  الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة  $1 \text{ cm}$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f(x) = \frac{4}{1+7e^{-x}}$

(2) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$ ، ماذا تستنتج؟

ب- بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$ .

ج- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $0 < f(x) < 4$

(3) أ- بين أن النقطة  $I(\ln 7; 2)$  مركز تناظر للمنحني  $(C)$ .

ب- أوجد معادلة  $L$  (التماس للمنحني  $(C)$  عند النقطة  $I$ ).

ج- ارسم التماس  $(T)$  والمنحني  $(C)$ .

د- حل بيانيا المعادلة  $f(x) = 3$ ، ثم تحقق من صحة نتائجك جبريا.

(4) أ- عين دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

ب- احسب بالسنتيمتر مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C)$  ومحور الفواصل

والمستقيمين  $x = 0$  و  $x = \ln 7$ .

الموضوع الثاني

جزء الأول: (5 نقاط)

(1)  $(v_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0 = 1$  ومعرفة بالعلاقة:  $v_5 = v_8 + 6$ .

(أ) عين الأساس  $r$  للمتتالية  $(v_n)$ ، ثم استنتج الحد العام لـ  $(v_n)$ .

(ب) هل العدد  $(-167)$  حد من حدود المتتالية  $(v_n)$ ؟ علل.

(ج) احسب المجموع  $S$  حيث:  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{84}$ .

(2)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  كما يلي:

$$u_n = 5 \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(أ) بين أن المتتالية  $(u_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) احسب المجموع  $S'$  حيث:  $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_{84}$ .

(3)  $(k_n)$  متتالية عددية معرفة كما يلي:  $k_n = 5 \left(\frac{5}{6}\right)^n + 2n - 1$

(أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $k_n = u_n - v_n$ .

(ب) احسب النهاية:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} k_n$

(ج) استنتج المجموع  $T$  حيث:  $T = k_0 + k_1 + \dots + k_{84}$ .

جزء الثاني: (4 نقاط)

الجدول الآتي، الإنتاج الصافي للكهرباء في الجزائر بمليار من  $kwh$ :

85	90	95	96	97	98	99
213	298	359	378	376	368	382

(1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد ميده  $O'(84; 200)$  حيث:  $1\text{ cm}$  مقابل 1 سنة على

الفواصل،  $1\text{ cm}$  مقابل 40 مليار  $kwh$  على محور الترتيب.

(2) عين إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$ ، ثم مثلها في المعلم السابق.

(3) \* بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:  $y = 12.14x - 805.09$ .

\* ارسم مستقيم الانحدار في المعلم السابق.

(4) باستعمال التعديل السابق، عين كمية الإنتاج الكهربائي لسنة 2020 معبرا عنه بـ  $kwh$ .

التمرين الثالث: (6 نقاط)

$f$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ  $f(x) = (\ln(x))^2 + \ln(x) - 1$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد

والمجالس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (الوحدة 2cm)

(1) أ) تحقق أن:  $f(x) = (\ln(x))^2 \left(1 + \frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{(\ln(x))^2}\right)$  ثم احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $0^+$  وفسر النتيجة بيانياً  
ب) احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$ .

ج) احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.

د) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المنحنى  $(C)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها  $\alpha$  و  $\beta$ ، تحقق أن  $0,19 < \alpha < 0,20$  وأن  $1,85 < \beta < 1,86$ .

(3) عين معادلة  $(d)$  المستقيم المماس للمنحنى  $(C)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $e^{-1}$ .

(4) ارسم المستقيم  $(d)$  ثم المنحنى  $(C)$ .

(5) حل بيانياً المعادلة  $f(x) = 1$ ، ثم تحقق من صحة نتائجك جبرياً.

التمرين الرابع: (5 نقاط)

يحتوي صندوق على 4 كرات متجانسة مرقمة من 1 إلى 4.

i. ن سحب من الصندوق وبصفة عشوائية كرتين دفعة واحدة ونعتبر مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين.

(1) عين مجموعة النتائج الممكنة.

(2) نعتبر الحادثتين التاليين:  $A$ : "الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 5"،  $B$ : "الحصول على عدد زوجي"

احسب احتمال كل حادثة من الحوادث الآتية:  $A$ ،  $B$ ،  $\bar{A}$  و  $A \cap B$  ثم استنتج احتمال  $A \cup B$ .

ii. ن سحب الآن بصفة عشوائية كرة واحدة ونعتبر الرقم الظاهر في الكرة المسحوبة، وليكن  $X$  المتغير العشوائي

الذي يحقق ما يلي:  $X(1) = -3$ ،  $X(2) = 0$ ،  $X(3) = 2$  و  $X(4) = 2$ .

(1) عين  $X(\Omega)$  مجموعة قيم  $X$ .

(2) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ .

(3) احسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $X$ .

انتهى بالتوفيق والنجاح