الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية الشلف — ثانوية بلحاج قاسم نورالدين

بكالوريا تجريبي — دورة ماي 2015

الشعبة :تسيير واقتصاد — مدة الانجاز : 3 ساعات ونصف

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n حيث ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\frac{4}{3}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n\le 2$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .

3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة . ثم أحسب نهايتها .

II. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n=u_n-\alpha$ حيث α عدد حقيقي .

1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

2) في كل ما يلي نفرض $\alpha=2$.

أ) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=-3\left(\frac{1}{3}\right)^n+2$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ب) نضع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n+2n-\frac{5}{2}$.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

يمثل الجدول التالي عدد الزوار لأحد المعالم التاريخية بين سنتي 2010 حتى 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد الزوار y_i	4500	4900	5200	5500	6000

1) مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الاحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد .(على محور الفواصل $2cm$ لكل سنة و على محور التراتيب $1cm$ لكل 1000زائر) .

2) عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .

3) عين المعادلة المختصرة لـ(Δ)مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة ثم أرسمه .

4) باستعمال التعديل الخطي السابق . ما هو عدد الزوار سنة 2018 ؟

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نرمي زهرة نرد غير مزيفة أوجهها الستة مرقمة بالأرقام $4,2,2,1,1,1$ مرتين متتابعتين ، ونسجل الرقمين المحصل عليهما من اليسار الى اليمين .

1) ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة .

2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A حادثة " الحصول على العدد 12" B حادثة " الحصول على عدد مضاعف للعدد 3"

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء الرقمين المحصل عليهما .

أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

التمرين الرابع:(07 نقاط)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\ln(x+1)-\ln(x)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

2) بين أنه من أجل كل حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

3) أحسب نهايتي الدالة g عند 0 وعند $+\infty$.

الجزء الثاني :

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+2\ln(x+1)-2\ln(x)$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=x+2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

2) أحسب نهايتي الدالة لدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x ، $f'(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^2+x}$.

ب) أدرس اشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم (Δ)ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.استنتج الوضع النسبي لـ (C_f)بالنسبة الى المستقيم (Δ).

5) أرسم (Δ)و (C_f).

6) نعتبر الدالة العددية G المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $G(x)=(x+1)\ln(x+1)-x\ln(x)$

أ) بين أن الدالة G هي دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب) استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ج) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما :

$x=4, x=1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(03 نقاط)

اختيارمن متعدد : في كل ما يلي اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير .

1) مجموعة حلول المعادلة $2\ln(x)-\ln(5x-6)=0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S=\{e;3\}$	ب) $S=\{2;3\}$	ج) $S=\{2;3e\}$

2) العدد $\ln(16^n)-\ln(2^{n+1})$ يساوي :

أ) $(4n-1)\ln 2$	ب) $(3n-1)\ln 2$	ج) $(2n+1)\ln 2$

3) قيمة العدد $A=\int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2}dx$ هي :

أ) $\frac{4}{15}$	ب) $\frac{15}{4}$	ج) $\frac{3}{4}$

التمرين الثاني :(05 نقاط)

1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n=e^{\frac{1}{2}n+2}$

أ) بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ج) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ عين نهايتها .

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$.

ج) أحسب بدلالة n الجداء : $P_n=u_0\times u_1\times...\times u_{n-1}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

أحمد تلميذ يدرس بثانويتنا . وعليه أن يصل على الساعة الثامنة صباحا إلى الثانوية، ولهذا الغرض يستعمل وسيلتي نقل للمجيئ الى الثانوية : الدراجة (Vélo)أو الحافلة (Bus).

يخرج أحمد من البيت على الساعة 7 و 40 دقيقة ليصل على الساعة 8 و 00 دقيقة الى الثانوية. ولهذا الغرض يستعمل الدراجة 7 أيام من 10 و الحافلة في الأيام الباقية .

في الأيام التي يجيئ فيها الى الثانوية بالدراجة يصل في الوقت المناسب بنسبة 99.4%، في الأيام التي يستعمل فيها الحافلة للمجيئ الى الثانوية يصل متأخرا بنسبة 5%.

نختار تاريخا عشوائيا من أحد الفصول الدراسية ، نسمي V حادثة " التلميذ يجئ بالدراجة " ، B حادثة " التلميذ يجيئ بالحافلة" و R حادثة " التلميذ يصل متأخرا الى الثانوية "

1) ترجم هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات المتوازنة .

2) أحسب احتمال $(V\cap R)$.

3) برهن أن احتمال R هو 0.0192.

4) أحسب احتمال $(B\cap \overline{R})$

5) في يوم ما وصل أحمد الى الثانوية متأخرا ، ما هو احتمال أن يكون قد جاء بالحافلة ؟

التمرين الرابع:(08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+\dfrac{2}{e^x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x)=x+1-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$.

3) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين أحدهما (Δ) معادلته $y=x+1$ عند $-\infty$ والآخر (Δ') معادلته $y=x-1$ عند $+\infty$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) و (Δ').

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه f وشكل جدول تغيراتها .

5) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6) أرسم (Δ)، (Δ')، (T) و (C_f).

7) نعتبر الدالة العددية H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x)=\ln(e^x+1)$.

أ) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة h حيث ، $h(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\ln 5$.

✌ مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في البكالوريا 2015 ❀ أستاذ المادة