

القسم: 3 ر

المدة: 4 سا

الاختبار الثاني للفصل الثاني

العام الدراسي: 2013 - 2014

في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (5 ن)

المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$

الجزء I:

I. نضع A، B، I النقط ذات اللواحق على الترتيب $z_A = 3 + 2i$ ، $z_B = -3$ ، $z_I = 1 - 2i$.

(1) أكتبي العدد المركب L حيث $L = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$ على الشكل الجبري.

- ما طبيعة المثلث IAB.

(2) أحسبي z_C لاحقة النقطة C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.

(3) D مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$

- عين z_D لاحقة النقطة D.

(4) بين أن ABCD مربع.

II. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوى حيث $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$

الجزء II:

E نقطة لا حقتها $3i$.

f هي الدالة التي ترفق بكل نقطة M ذات الاحقة z حيث $M \neq E$ النقطة M' ذات الاحقة z' حيث: $z' = \frac{3iz-7}{z-3i}$.

(1) أ) أنشري $(z-7i)(z+i)$.

ب) بيني أن للدالة f نقطتين صامدتين F، K يطلب إحداثيتهما.

(2) نضع (C) الدائرة ذات القطر [FK]، M تمثل نقطة من (C) حيث $M \neq F$ و $M \neq K$.

M' صورة M بالدالة f.

أ) برري أن الاحقة z للنقطة M هي: $z = 3i + 4e^{i\theta}$ حيث θ من \mathbb{R}

ب) أكتبي z' بدلالة θ استنتجي أن M' تنتمي أيضا إلى (C).

ج) برهني أن $z' = -\bar{z}$

ثم استنتجي الإنشاء الهندسي للنقطة M' ثم أنشئ M'.

د) نضع (σ) الدائرة التي مركزها E ونصف قطرها v ($v > 0$)

حددي صورة (σ) بالتحويل f.

التمرين الثاني: (5 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

(P_m) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء حيث:

$$(P_m): (m^2 + 3)x + 4y + 2mz + m^2 - 7m = 0 \text{ حيث } m \text{ وسيط حقيقي.}$$

1. بيني أن (P_m) مستوى يطلب تعيين شعاع ناظمي له وليكن \vec{N}_m

2. نسمي (Q) المستوى ذو المعادلة $x + y + 4z + 1 = 0$

و (D) المستقيم ذو التمثيل الوسيطى: $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 3t + 1 \\ z = -4t + 1 \end{cases}$ حيث t من \mathbb{R}

عيني شعاع ناظمي \vec{w} للمستوي Q.

وشعاع توجيه \vec{a} للمستقيم (D).

3. أ) عيني (E) مجموعة قيم m بحيث (P_m) عمودي على (Q)

ب) عيني (F) مجموعة قيم m بحيث (P_m) يوازي (D).

ج) عيني (G) مجموعة قيم m بحيث (P_m) يعامد (D).

4. لتكن (S) سطح كرة مركزها O ونصف قطرها 1.

أ) عيني بدلالة m المسافة d_m بين النقطة O والمستوى (P_m) .

ب) أحسب d_1, d_0, d_2 ماذا تستنتج بالنسبة إلى وضعية (S) بالنسبة للمستويات $(P_2), (P_0), (P_1)$.

ج) عيني مجموعة قيم m بحيث (P_m) مماسا لـ (S).

- عيني إحداثيات T نقطة التماس بين (S) و (P_1) .

التمرين الثالث: (7ن)

I. n عدد طبيعي غير معدوم، f_n الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f_n(x) = xe^x - nx$

(C_n) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

g الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (1+x)e^x - n$

1) أحسب الدالة المشتقة للدالة g ثم شكلي جدول تغيرات g كاملا.

2) بيني أن g تتعدم عند قيمة وحيدة a_n وأن a_n موجبة أو معدومة (ناقش حسب قيم n).

3) بيني أن $0 \leq a_n \leq \ln n$ و $a_n = \ln\left(\frac{n}{1+a_n}\right)$

4) أ) بيني أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا: $\ln x \leq x - 1 \dots (*)$ (يمكن دراسة تغيرات $x \rightarrow \ln x - x + 1$)

ب) استنتجي من (*) إشارة $g(\ln \sqrt{n})$.

د) استنتجي من السؤال (1) إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} ثم برري أن $\frac{1}{2} \ln n \leq a_n$ ما هي نهاية المتتاليتين المعرفتان بعبارة حددهما العام a_n و $\frac{a_n}{n}$.

II. 1) أ) أحسب الدالة المشتقة للدالة f_n ، استنتجي تغيرات f_n .

ب) أحسب نهايات الدالة f_n عند حدود مجموعة تعريفها.

ج) بيني أن $f_n(a_n) = \frac{-na_n^2}{1+a_n}$

2) بيني أن (C_n) يقبل مقاربا (D_n) عند $-\infty$ يطلب تعيينه.

3) عيني نقاط تقاطع (C_n) مع محور الفواصل ثم حددي وضعية (C_n) بالنسبة إلى محور الفواصل.

4) أدرسي الوضعية النسبية للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

5) أ) بيني أن $0,35 \leq a_2 \leq 0,40$. استنتجي حصدا للعدد $f_2(a_2)$.

ب) أرسمي (C_1) و (C_2) في نفس المعلم باستعمال النتائج السابقة (نختار وحدة الطول 10cm على المحورين) محددا المماسين عند النقطة 0 للمنحنيين (C_1) و (C_2) .

* اختاريّ تمرين واحد فقط من بين التمرينين الرابع والخامس
التمرين الرابع: (3 ن)

(1) أ) برهني أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $2^{3n} - 1$ مضاعف للعدد 7.

ب) استنتجي أن العدد $2^{3n+1} - 2$ و $2^{3n+2} - 4$ مضاعفين للعدد 7.

(2) عيني بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

(3) ليكن P عددا طبيعيا وليكن A_P العدد الطبيعي المعروف بـ: $A_P = 2^P + 2^{2P} + 2^{3P}$

أ) إذا كان $P = 3n$ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A_P على 7.

ب) برهني أنه إذا كان $P = 3n + 1$ فإن العدد A_P يقبل القسمة على 7.

ج) أدرسي الحالة $P = 3n + 2$.

(4) نعتبر العددين الطبيعيين a و b المكتوبين في النظام الثاني: $a = \overline{1001001000}$ و $b = \overline{1000100010000}$

تحققي أن العددين a و b هما من الشكل A_P .

هل العددان a و b يقبلان القسمة على 7.

التمرين الخامس: (3 ن)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \overline{OA}, \overline{OB})$.

نضع $z_B = i$ و $z_A = 1$ لاحقا على الترتيب A و B .

I مركز المربع $OACB$ ، K ، J ، L منتصفات. - لاحظي الشكل -

(1) بيني أن $IJKL$ مربع.

(2) عيني تشابها مباشرا S يحول O إلى I ويحول B إلى K (العبارة المركبة)

- عيني لاحقة المركز Ω للتشابه S .

(3) h تحاك مركزه I ويحول O إلى K .

- عيني نسبة هذا التحاكي ثم عبارته المركبة.

(4) عيني العبارة المركبة للتحويل Soh مع تعيين عناصره المميزة.

