

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$ والشعاع \vec{n} ، حيث : $\vec{n} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$

1) بين أن النقط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة .

2) بين أن الشعاع \vec{n} عمودي على \overline{AB} و \overline{AC} ، ثم أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

t عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر النقطتين I و G حيث : I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2)\}$

و G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,2);(C,t)\}$

3) جد إحداثيتي النقطة I ، ثم عبّر عن الشعاع \overline{IG} بدلالة الشعاع \overline{IC} .

4) من أجل أي قيمة للوسيط t تنطبق النقطة G على منتصف القطعة $[IC]$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^3 + 1 = 0$.

2) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ ، النقط A ، B ، C التي لاحقاتها

على الترتيب : $Z_A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ و $Z_C = aZ_A$ ، حيث a عدد مركب طويلته α وعمدته θ .

- أكتب Z_C بدلالة α و θ على الشكل الآسي .

3) أكتب العددين $(Z_A)^{2017}$ و $(Z_B)^{1438}$ على الشكل الجبري ، ثم تحقق أن $(Z_A)^{2017} - (Z_B)^{1438} = 1$.

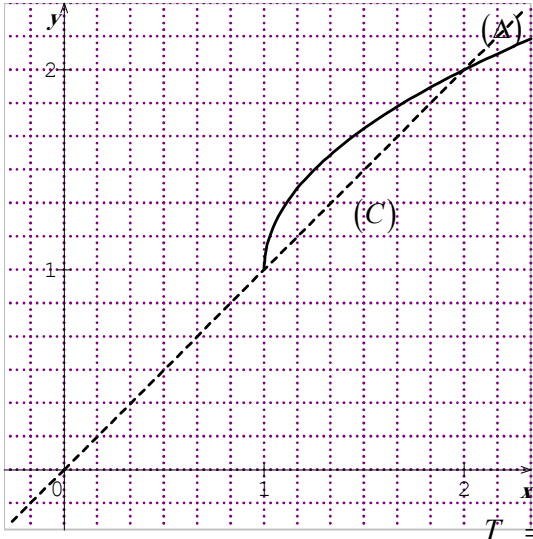
4) ليكن العدد المركب L حيث : $L = \sqrt{6} - \sqrt{2} - (\sqrt{6} + \sqrt{2})i$

- تحقق أن العدد المركب $L^2 = -8\sqrt{3} - 8i$ ، ثم أكتبه على الشكل المثلثي والآسي .

5) استنتج طويلة وعمدة العدد المركب L ، ثم عين القيمة المضبوطة لكل من العددين $\sin \frac{19\pi}{12}$ و $\cos \frac{19\pi}{12}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ ، و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$. أنظر الشكل (وحدة الطول 2cm)



(u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة : $u_0 = \frac{5}{4}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1) باستعمال المنحنى (C) والمستقيم (Δ)

- علم على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 < u_n < 2$

ثم أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بحددها العام : $v_n = e^{-\frac{1}{3} + 2n}$

3) بين أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

4) أحسب المجموعين : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$

ثم استنتج العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = \frac{e^{-\frac{1}{3}}}{1-e^2} (1 - e^{4036})$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = ax - (x^2 - b)e^{-x+1}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان .

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1) بين أن $a = 1$ و $b = -1$ بحيث المنحنى (C_f) يقبل في النقطة $A(0; -e)$ مماسا معامل توجيهه $e + 1$.

2) احسب $\lim_{n \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ثم بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث $1,8 < \alpha < 1,9$

5) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف عند الفاصلتين 1 و 3 .

6) احسب $f(0)$ ، $f(3)$ ، ثم أرسم (Δ) و (C_f) ، وناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m

عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$

7) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x+1} dx$

- بين أن الدالة $x \mapsto -(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto x e^{-x+1}$ على \mathbb{R}

- باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1} = -1 + (n+1)I_n$ ، ثم احسب $\int_0^1 (x^2 + 1)e^{-x+1} dx$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقاط $A(3;1;0)$ ، $B(1;2;0)$ ، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ ، حيث m عدد حقيقي موجب .
- 1 احسب القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos \widehat{ABC}$ و $\sin \widehat{ABC}$ باستعمال الجداء السلمي $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ ثم استنتج أن مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC} = \frac{3}{2}$.
 - 2 تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $x + 2y - 2z - 5 = 0$.
 - 3 بين أن $ABCD$ رباعي وجوه ، ثم احسب حجمه V_{ABCD} بدلالة m .
 - 4 لتكن (S_m) مجموعة النقاط $M(x; y; z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2 + y^2 + z^2 - 2mz + m^2 - 9 = 0$.
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب m فإن : (S_m) سطح كرة ، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
ثم عين قيمة m حتى يكون (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

- 1 نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ ، النقاط A ، B ، C و D التي للاحقاتها على الترتيب : $Z_A = \sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_B = -i\sqrt{3} = \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ و $Z_D = \overline{Z_C}$.
- بين أن النقاط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega = 3$.
يطلب تعيين نصف قطرها .
- 2 لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O .
- بين أن : $\frac{Z_C - Z_B}{Z_E - Z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .
- 3 بين أنه يوجد دوران R يحول النقطة E إلى النقطة C ، يطلب تعيين مركزه وزاويته .
- 4 نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :
$$Z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

- عين طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة .
- 5 بين أن المجموعة (Γ) للنقط M والتي تحقق $(Z - Z_B)\overline{(Z - Z_B)} = Z_A \cdot \overline{Z_A}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ، ثم عين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S مع تحديد عناصرها المميزة .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة وأساسها q معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$$

- 1) احسب كل من u_1 ، u_2 ، u_3 والأساس q ، ثم تحقق أن $u_n = 4^n$.
- 2) احسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$
- 3) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 .
- 4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n]$
- احسب S'_n بدلالة n ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S'_n + 4n^2 + 7^{2017} \equiv 0 [5]$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

$$(I) \quad f \text{ دالة معرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ كما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - \ln x^2) + 1 ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

- و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2 cm) .
- 1) احسب نهاية f عند $+\infty$ ، ثم ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 0 وفسر النتيجة هندسيا .
 - 2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 - 3) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث : $\alpha \geq 0$ و $f(\alpha) = 0$ ، ثم تحقق أن : $4,6 < \alpha < 4,7$.

$$(II) \quad \text{لتكن الدالة } g \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ : } g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$$

- 4) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' واستنتج إشارتها على المجال $]0; +\infty[$.
- 5) حدد اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها
- ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (D) ذو المعادلة : $y = 2x + \frac{1}{2}$ عند الفاصلة 1 .
- 6) انشئ (D) و (C_f) .

$$7) \quad \text{من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم نضع : } I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 x^2 \ln x \, dx$$

- احسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة ، ثم استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي

$$\text{المحدد بالمنحنى } (C_f) \text{ والمستقيم } (D) \text{ والمستقيمين } x = 1 ; x = \frac{1}{n} \text{ ، وأحسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} A(n)$$