الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية مديرية التربية لولاية

امتحان باكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي)

الشعبة : الرياضيات دورة : ماي 2017

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.

ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2\times 109^{2n+3} - 13$ ؟

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4)\times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4)\times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx01}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب $\overline{y611}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7.

- أوجد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.

4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017.

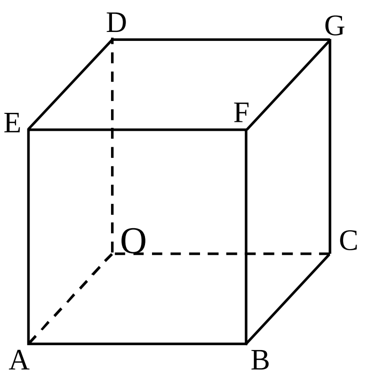
ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

- عرف قانون إحتمال X ثم احسب أملها الرياضياتي.

التمرين الثاني:(04 نقط)

$OABCDEFG$ مكعب طول حرفه 1

نعتبر المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\right)$.



1) أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(1,1,1)$ ناظمي للمستوى (ACD)

ب- أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ACD).

2) (Δ) المستقيم الذي يمر بالنقطة O ويعامد المستوى (ACD).

أ - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

ب- عين إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (ACD).

3) (S_m) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق:

$$x^2+y^2+z^2-2mx-2my-2mz-1+3m^2=0 \quad (m\in IR)$$

أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي m، (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب – عين قيم m التي من أجلها النقطة A تنتمي إلى (S_m).

4) أ -تحقق أن المركزين ω_0 و $\omega_{\frac{2}{3}}$ للسطحين الكرويين (S_0) و $\left(S_{\frac{2}{3}}\right)$ ينتميان إلى المستقيم (Δ).

ب - برر لماذا المستوي (ACD) يقطع السّطحين الكرويين (S_0) و $\left(S_{\frac{2}{3}}\right)$ في نفس الدائرة ؟

يطلب تعيين عناصرها المميزة .

التمرين الثالث:(05نقط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C، D و E التيلاحقاتها على الترتيب $z_A=1$، $z_B=4+i$، $z_C=3i$، $z_D=-1+i$ و $z_E=-2i$.

1) بيّن أن $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{z_E-z_A}{z_D-z_A}$. ثم بين أنه يوجد تحويل نقطي T، يحول D إلى E و B إلى C يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

2) عين لاحقة النقطة C' صورة النقطة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3) لتكن I_1، I_2، I_3 و I_4 منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$، $[CD]$، $[DE]$ و $[EB]$ على الترتيب.

أ - بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 ويحول النقطة I_4 إلى I_2.

ب - احسب $z_{I_1}+z_{I_3}$ و $z_{I_2}+z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1\ I_2\ I_3\ I_4$.

4) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها z و النقطة M' ذات اللاحقة z' صورتها بالتشابه S.

* بين أن: $z'=\frac{1}{2}\left[(1+i)z+1-i\right]$.

5) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق $z=(i-1)(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

أ- عين طبيعة المجموعة (γ) مع تحديد عناصرها المميزة عندما θ يمسح المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

ب - أوجد طبيعة المجموعة (γ') صورة (γ) بالتحويل S.

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(3+x)e^{\frac{-x}{2}}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (الوحدة: $2cm$).

1) أ- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب - أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ- بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم و الثاني α حيث: $-2<\alpha<\frac{-3}{2}$.

ب - أرسم (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

جـ - m عدد حقيقي موجبتماما.أوجد قيم m التي من أجلها المعادلة $f(x)=m$ لا تقبل حلولافي $\mathbb{R}$.

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، أحسب $I=\int_{-3}^{0} xe^{-\frac{x}{2}}dx$ ثم استنتج بوحدة المساحة، مساحة الحيز المستوى المعرف بمجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $0\le y\le f(x)$ و $-3\le x\le 0$.

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=3e^{\frac{x}{2}}-3$.

أ - بين أن المعادلة $f(x)=3$ تكافئ $g(x)=x$.

ب– أدرس إتجاه تغير الدالتين g' و g على $\mathbb{R}$. (g' المشتقة الأولى للدالة g).

جـ - بين أن: $g'(\alpha)=\frac{\alpha+3}{2}$.

5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2;\alpha]$:

أ- $g(x)$ تنتمي إلى المجال $[-2;\alpha]$.

ب - $\frac{1}{2}\le g'(x)\le\frac{3}{4}$.

6) باستعمال خواص التكامل، بين أنه من أجل كل x من $[-2;\alpha]$: $0\le\frac{1}{2}(\alpha-x)\le g(\alpha)-g(x)\le\frac{3}{4}(\alpha-x)$.

7) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $u_0=-2$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=g(u_n)$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $-2\le u_n\le\alpha$.

ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le\alpha-u_{n+1}\le\frac{3}{4}(\alpha-u_n)$ و $0\le\alpha-u_n\le\left(\frac{3}{4}\right)^n$.

جـ - أستنتج نهاية u_n.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط) :

ليكن a عدد طبيعي معرف كمايلي: $a = p^4 - 1$ حيث p عدد طبيعي أولي أكبر من أو يساوي 7.

1) بين أن p يوافق 1 أو (-1) بترديد 3 ثم أستنتج أن a مضاعف للعدد 3.

2) بين أنه يوجد عدد طبيعي k بحيث: $p^2 - 1 = 4k(k+1)$ و أن a مضاعف للعدد 16.

3) بأخذ كل بواقي القسمة الإقليدية الممكنة للعدد p على 5 ، برهن أن $a \equiv 0[5]$.

4) ليكن α ، β و δ ثلاثة أعداد طبيعية.

أ- برهن أنه إذاكان α يقسم δ و β يقسم δ علما أن α أولي مع β فإن $\alpha\beta$ يقسم δ.

ب- استنتج مما سبق أن 240 يقسم a.

التمرين الثاني:(04 نقط):

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط التالية:

$E(2;3;-1)$ ، $D(1;3;1)$ ، $C(4;4;1)$ ، $B\left(4-\frac{3\sqrt{2}}{2};4+\frac{3\sqrt{2}}{2};4\right)$ ، $A\left(4+\frac{3\sqrt{2}}{2};4-\frac{3\sqrt{2}}{2};4\right)$

1) بين أن النقط $A;B;C$ تعين مستويا يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.

2) أ- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و العمودي على المستوي (ABC).

ب- أحسب المسافة بين النقطة E والمستقيم (Δ).

3) لتكن النقطة Ω منتصف القطعة $[AB]$.

-بين أن النقط $A;B;C$ تنتمي إلى نفس سطح الكرة (S) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

4) أ - بين أن كل المستويات (P_m) التي لها معادلة ديكارتية $x+y-mz+4m-8=0$ حيث m وسيط حقيقي، متقاطعة وفق مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيلا ديكارتيا له.

ب- هل المستوي (P_0) يعامد المستوي (Q) ذي المعادلة $z=4$ ؟ علل.

جــ- عين المجموعة (S') ،تقاطع (S) مع المستوي (Q).

التمرين الثالث:(05 نقط):

A_0 و B_0 نقطتانمن المستوى بحيث $A_0B_0 = 8$ ، وليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A_0 ، نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتالية النقط (B_n) بـــــ: من أجل كل عدد طبيعي n، $B_{n+1} = S(B_n)$.

1) أنشئ النقط B_1 ، B_2 و B_3.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، المثلثان $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(\overrightarrow{A_0B_0},\overrightarrow{A_0B_n}\right) \equiv \frac{3\pi}{4}n[2\pi]$.

4) نعرف المتتالية العددية (u_n) بــــ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = B_nB_{n+1}$.

أ - أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q ثم أكتب u_n بدلالة n و u_0 .

ب - نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$.

5) أ - حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $3x-4y=2$.

ب - ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 ، أوجد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

التمرين الرابع:(07 نقط):

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0\ \ ;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = Ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}$.

- أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0\ \ ;+\infty[$.

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $D =]-\infty;-1[\cup[0;+\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right); x\in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

أ - أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب - بين أن $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

جـــ - بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة كما يلي: $h(x) = f(-1-x)$.

أ - بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي $]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$.

ب - عين اتجاه تغير الدالة h (دون حساب الدالة المشتقة)ثم شكل جدول تغيراتها.

جـــ - بين أن (C_h) منحنى الدالة h و المنحنى (C_f) متناظران بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $x = -\frac{1}{2}$.

5) ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.

6) أحسب التكامل التالي $\int_{\frac{1}{2}}^{1}[1-f(x)]dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

بالتوفيق و النجاح