الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة للبيداغوجية | المقاطعة الشرقية
امتحان البكالوريا التجريبي | لولاية عين الدفلى
دورة ماي 2017 | الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة الرياضيات | المدة : 4 ساعات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التـاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقـط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(2,1,2)$, $B(0,2,-1)$, $H(1,1,0)$

والمستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-2+6t \\ y=1-2t \\ z=4t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

2) بين أن (AB) و (Δ) لا ينتميان الى نفس المستوي.

3) ليكن (P) المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي (Δ).

أ) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1,5,1)$ ناظمي للمستوي (P) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).

جـ) أحسب المسافة بين المستوي (P) و المستقيم (Δ).

4) عين احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

5) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $MA^2-MB^2=2$

- تحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) ثم استنتج طبيعة المجموعة (Γ).

التمرين الثـانـي : (04 نقـط)

1) تحقق أن $5^6\equiv 1[7]$ و استنتج $5^{2016}\equiv 1[7]$

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n=1+5+5^2+\cdots+5^n$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4S_n=5^{n+1}-1$ واستنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n\equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n\equiv 2a[7]$.

جـ) بين أن $4S_{2015}\equiv 0[7]$ واستنتج باقي قسمة S_{2015} على 7.

د) عين اصغرعدد طبيعي n غيرمعدوم بحيث يكون 7 قاسم لـ S_n .

3) ليكن n عدد طبيعي غيرمعدوم , نعتبرفي $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) : $5^nx+S_ny=1$. تحقق أن $(5,-4)$ حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

التمرين الثـــالث : (05 نقط)

1) ليكن θ عدد حقيقي من المجال $]0\,,\,\pi[$ و z عدد مركب , $P(z)$ كثير حدود معرف بمايلي :

$$P(z) = z^3 - (1 - 2cos\theta)z^2 + (1 - 2cos\theta)z - 1$$

أ) تحقق أن 1 جذر لـ $P(z)$.

ب)عين العددين الحقيقين a , b بحيث : $P(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$

جـ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$, ولتكن النقط A , B , C لواحقها z_A , z_B , z_C على الترتيب حيث : $z_A = 1$, $z_B = -cos\theta + isin\theta$ و $z_C = -cos\theta - isin\theta$

أ) اكتب z_A , z_B , z_C على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي .

ب) حدد طبيعة المثلث ABC ثم عين قيمه θ حتى يكون قائم في A .

جـ) عين بدلالة θ لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC .

د) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MO}\|$

3) نفرض $\theta = \frac{3\pi}{4}$, عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

التمرين الرابع : (07 نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1\,,+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2x + Ln(x + 1)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1\,,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجا ل $]-1\,,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{Ln(x+1)}{x+1}$, (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1\,,+\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

جـ) استنتج أنه إذا كان $x \in [0\,,4]$ فإن $f(x) \in [0\,,4]$.

د) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

3) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

III) (U_n) متتالية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بما يلي: $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

1) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل كل من U_0 , U_1 , U_2 , U_3 .

2) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n \le 4$

3) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهاية U_n عند $+\infty$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=\frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{3U_n+2}{U_n+4}$

1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=a+\frac{b}{U_n+4}$

2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $-2<U_n<1$

ب) برهن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ) هل المتتالية (U_n) متقاربة ؟

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n=\frac{U_n+2}{1-U_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

جـ) احسب المجموع : $S_n=\frac{1}{V_0}+\frac{5}{V_1}+\frac{5^2}{V_2}+\cdots+\frac{5^n}{V_n}$

التمرين الثاني : (04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقط $A(1,4,-5)$, $B(3,2,-4)$,
$C(5,4,-3)$ و $D(-2,8,4)$ و الشعاع $\vec{u}(1,5,-1)$.

1) بين أن $x-2z-11=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و يوازي $\vec{u}$.

3) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة : $x-y-z-7=0$

أ) بين أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $t\in R$ $\begin{cases}x=11+2t\\ y=4+t\\ z=t\end{cases}$

ب) بين أن المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوى .

4) أ) تعطى النقطتان $E(3,0,-4)$ و $F(-3,3,5)$, تحقق أن $E\in(\Delta)$ و $F\in(T)$.

ب) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=\alpha$ مع α عدد حقيقي .

ج) عين قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[EF]$.

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر كثير حدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3+(\sqrt{3}-i)z^2+(1-i\sqrt{3})z-i$

1) أ) بين أن $P(z)$ يقبل جذرا تخيلا صرفا يطلب تعيينه .

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $P(z)=(z-i)(z^2+a\,z+b)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) المستوي المركب منسوب الى معلم $(o,\vec{u},\vec{v})$ متعامد و متجانس. نعتبر النقط C , B , A ذات اللواحق على الترتيب:

$$Z_C = \overline{Z_B} \quad , \quad Z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \quad , \quad Z_A = i$$

أ) بين أن النقط A , B , C تنتمي الى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) بين أن OABC معين.

3) نضع $Z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ لاحقة النقطة A_1 . Z_n لواحق النقط A_n حيث $Z_n = (Z_1)^n$ ولتكن النقطة A_0 صورة العدد المركب 1.

أ) احسب Z_2 ثم مثل النقط A_0 , A_1 , A_2 في المعلم $(o, \vec{u}, \vec{v})$, (الوحدة $2\ cm$)

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n النقط A_n تنتمي الى الدائرة (C) .

جـ) برهن أن : $Z_{n+1} - Z_n = (Z_1)^n \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

د) استنتج طويلة $Z_{n+1} - Z_n$ ثم المسافة A_nA_{n+1} ثم أثبت أن المثلثات OA_nA_{n+1} متقايسة الأضلاع.

4) نعتبر f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = (1 - i\sqrt{3})Z + i\sqrt{3}$

أ) عين طبيعة التحويل f واذكر عناصره المميزة.

ب) عين وانشئ صورة المثلث OA_1A_2 بالتحويل f .

<u>التمرين الرابع</u> : (07 نقط)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

1) ادرس اتجاه تغيرالدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبرالدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $1\ cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغيرالدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0{,}1 < \alpha < 0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

4) ارسم (d) , (T) و (C_f).

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x) = xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x = -1$.

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x = 2$ و $x = 0$.

الحل النموذجي و سلم التنقط

الشعبة : تقني رياضي — بكالوريا التجريبي 2017

الموضوع الأول

التمرين الاول (04 نقاط)

-1

أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB) — 0.5

$$\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ x = 1 + \alpha \\ z = 2 - 3\alpha \end{cases} , \quad \alpha \in R$$

ب) (Δ) شعاع توجيه $\vec{u}_{(\Delta)}(6,-2,4)$

$\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_\Delta$ غير مرتبطين لأن — 0.25

$$\frac{6}{-2} \neq \frac{-2}{1}$$

ندرس التقاطع

$$\begin{cases} 2 - 2\alpha = -2 + 6t \\ 1 + \alpha = 1 - 2t \\ 2 - 3\alpha = 4t \end{cases}$$

نجد $t = 2$ — 0.25

بالتعويض في الجملة (1) نجد

$$\begin{cases} \alpha = -4 \\ \alpha = -4 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$

تناقض

ومنه α ليس وحيد اذن المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعان فهما ليسا من نفس المستوي

-2 (P) يشمل (AB) ويوازي (Δ) معناه

أ) تحقق ان $\vec{n}\,(1,5,1)$ ناظمي للمستوي (P) — 0.5

$\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$

$\vec{n}.\ \vec{u}_\Delta = 0$

ب) معادلة المستوي (P) :

$\vec{n}$ ناظمي لـ (P) معناه

(P): $x + 5y + z + d = 0$

بما أن $A \in (P)$ معناه :

$2 + 5(1) + 2 + d = 0$

$d = -9$ — 0.5

ومنه

(P): $x + 5y + z - 9 = 0$

ج) حساب المسافة بين (P) و (Δ)

$$d((\Delta),(P)) = \frac{|-2+6t+5(1-2t)+4t|}{\sqrt{1^2+5^2+1^2}}$$ — 0.5

$$d((\Delta),(P)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

-3 احداثيات I منتصف $[AB]$

$I\left(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ — 0.25

معادلة المستوي (Q) المحوري للقطعة $[AB]$

$-2x + y - 3z + d = 0$

(Q)يشمل النقطة I

$d = 2$

ومنه معادلة المستوي المحوري هي :

(Q): $-2x + y - 3z + 2 = 0$ — 0.5

-4 $MA^2 - MB^2 = 2$

التحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) معناه :

$HA^2 = 5$

$HB^2 = 3$

$HA^2 - HB^2 = 5 - 3 = 2$ — 0.25

ومنه $H \in (\Gamma)$

طبيعة المجموعة (Γ) حيث :

$MA^2 - MB^2 = 2$

$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) = 2$

$(2\overrightarrow{MI})\left(\overrightarrow{MA} - (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB})\right) = 2$

$\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{BA} = 1$

تكافئ

$\overrightarrow{BA}\,(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HI}) = 1$

تكافئ

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{HI} = 1$

بما أن$H \in (\Gamma)$ معناه $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{HI} = 1$ ومنه نعوض نجد : — 0.5

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MH} + 1 = 1$

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MH} = 0$

وبالتالي (Γ) هي المستوي الذي يشملH و $\overrightarrow{BA}$ شعاع ناظمي له

التمرين الثاني (04 نقاط)

-1

$5^6 = 15625$ — 0.25

$5^6 \equiv 1\,[7]$

ندرس بواقي قسمة 5^n على 7

$5^0 \equiv 1[7]$, $5^1 \equiv 5[7]$, $5^2 \equiv 4[7]$ — 0.25

$5^3 \equiv 6[7]$, $5^4 \equiv 2[7]$, $5^5 \equiv 3[7]$

$5^6 \equiv 1[7]$

دورية و دورها $k = 6n$

$5^6 \equiv 1[7]$

$5^{2016} \equiv 5^{6n} \equiv 1[7]$ — 0.25

$2016 = 6 \times 336 = 6n$

-2 $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \ldots + 5^n$

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعيn و $4S_n = 5^{n+1}$

لذلك نحسب

$S_n = 1 + 5^0 + 5^1 + 5 \times 5 \ldots 5^n$

مجموع حدود متتالية هندسية حدها الاول 1 و أساسها $q = 5$

$$S_n = 1\left(\frac{5^{n+1} - 1}{5 - 1}\right)$$ — 0.25

و منه

$4S_n = 5^{n+1} - 1$ 0.25

لدينا

$4S_n = 5^{n+1} - 1$

تكتب على الشكل $5 \times 5^n - 4S_n = 1$

يوجد (5, -4) بحيث $5 \times 5^n - 4S_n = 1$ 0.25

ومنه S_n , 5^n أوليان فيما بينهما

ب) بين اذا كان $4S_n \equiv a\,[7]$ فإن $S_n \equiv 2a\,[7]$

لدينا

$4S_n \equiv a\,[7]$

نضرب في 2 0.25

$8S_n \equiv 2a\,[7]$

$8 \equiv 1\,[7]$

ومنه $S_n \equiv 2a\,[7]$

العكس :

بين أنه إذا كان $S_n \equiv 2a\,[7]$ فان $4\,S_n \equiv a\,[7]$

لدينا

$S_n \equiv 2a\,[7]$

نضرب في العدد 4

$4S_n \equiv 8a\,[7]$

$8a \equiv a\,[7]$ 0.25

$4\,S_n \equiv a\,[7]$

جـ) بين أن : $4\,S_{2015} \equiv 0\,[7]$

باستعمال السؤال 1 نجد $5^{2016} \equiv 1\,[7]$ و منه

$4\,S_{2015} \equiv 5^{2016} - 1\,[7]$

$5^{2016} - 1 \equiv 0\,[7]$ 0.25

$4\,S_{2015} \equiv 0\,[7]$

استنتج باقي قسمة S_{2015} على 7

لدينا حسب ما سبق:

$4\,S_{2015} \equiv 0\,[7]$

فان 0.25

$S_{2015} \equiv 2 \times 0\,[7]$

ومنه باقي قسمة على 7 هو العدد 0

د) عين اصغر عدد طبيعي n حيث يكون 7 قاسم لـ S_n

معناه: $S_n \equiv 0\,[7]$

$5^{n+1} - 1 \equiv 0\,[7]$

$5^{n+1} \equiv 1\,[7]$ 0.5

$5^{n+1} \equiv 5^0\,[7]$

$n+1 = 0,\ \ n = -1,$ مرفوضة -1

و هو المطلوب $n+1 = 6,\ \ n = 5$,

$$S_n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$$

3- حلول المعادلة (E) هي :

$(x, y) = (KS_n + 5\ , -K \times 5^n - 4)\ ,\ \ K \in \mathbb{Z}$ 01

التمرين الثالث(05 نقط)

-1

أ) $P(1) = 0$ 0.25

ب) $\begin{cases} a = 2\cos\theta \\ b = 1 \end{cases}$ 0.5

ج) حلول المعادلة هي:

$\boldsymbol{S = \{1;\ -\cos(\theta) + i\sin(\theta)\ ;\ -\cos(\theta) - i\sin(\theta)\}}$ 0.5

-2 أ) الشكل المثلثي :

$Z_A = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$ .025

$\cos\ (\pi - \theta) = -\cos\theta$

$\sin\ (\pi - \theta) = \sin\theta$

$Z_B = \cos(\pi - \theta) + i\sin\ (\pi - \theta)$ .025

$Z_C = \overline{Z_B}$

ومنه $Z_C = \cos(-\pi + \theta) + i\sin\ (-\pi + \theta)$ .025

الشكل الأسي:

$Z_A = e^{2i\pi}$

$Z_B = e^{i(\pi - \theta)}$ .075

$Z_C = e^{i(-\pi + \theta)}$

بـ) طبيعة المثلث ABC

$|AC| = [Z_C - Z_A] = \sqrt{2 + 2\cos\theta}$ .025

$|AB| = [Z_B - Z_A] = \sqrt{2 + 2\cos\theta}$ .025

ومنه المثلث متساوي الساقين .025

نعين θ حتى يكون المثلث ABC قائم في A :

الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ نجد $\theta = \frac{\pi}{2}$ .025

جـ) $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$

$Z_G = \frac{1 - 2\cos\theta}{3}$ .025

د) المجموعة (Γ) حيث :

$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MO}\|$

معناه $MG = MO$

ومنه (Γ) محور القطعة $[OG]$ حيث G مركز ثقل المثلث ABC 0.5

3- قيم العدد الطبيعي n حتى يكون :

$\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = \cos\frac{n\pi}{2} + i\sin\frac{n\pi}{2}$

$\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقيا معناه $\cos\frac{n\pi}{2} + i\sin\frac{n\pi}{2}$ حقيقيا

أي $\sin\frac{n\pi}{2} = 0$

ومنه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ 0.5

و بالتالي: $n = 2k$ مع $k \in N$

التمرين الرابع (07 نقط)

.I

1) المشتقة:

$g'(x) = 2(x+1) + \frac{1}{x+1}$ 0.25

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$: 0.25

$g'(x) > 0$

ومنه الدالة متزايدة تماما

جدول التغيرات: 0.25

x	-1 $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	

0.25

2) حساب : $g(0) = 0$ 0.25

اشارة: $g(x) > 0$ لما $x \in]0,+\infty[$

$g(x) < 0$ لما $x \in]-1,0[$

.II

1) النهايات: 0.25

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x) = +\infty$ 0.25

$x = -1$ مستقيم مقارب

2)

أ) حساب المشتقة: 0.5

$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ 0.25

ب) $f'(x)$ هي من اشارة $g(x)$ ومن ثم الدالة f متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-1,0]$

جدول التغيرات 0.25

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

ج) لدينا: $0 \le x \le 4$ 0.25

بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0,4]$ فان : $f(0) \le f(x) \le f(4)$

$0 \le f(x) \le 4 - \frac{ln5}{5} \le 4$ 0.25

د) $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى:

$\lim_{x\to\infty} [f(x) - x] = 0$

دراسة الوضعية: 0.25

x	-1	0	$+\infty$
$f(x) - x$	$+$		$-$
الوضعية	أعلى	يقطع	أسفل

3) التمثيل البياني (C_f) و (Δ)

4) حساب مساحة الحيز

0.25 $A = \int_0^1 (x - f(x))\,dx$

0.25 $= \int_0^1 \frac{\text{Ln}(x+1)}{x+1}\,dx$

0.25 $= \frac{1}{2}[[\text{Ln}(x+1)]^2]_0^1$

$= \frac{1}{2}(\text{Ln}(2))^2$

.III

2) باستعمال البرهان بالتراجع:

نتحقق من أجل $n = 0$ لدينا: $U_0 = 4$

$0 \le U_0 \le 4$

0.75 نفرض أن: $0 \le U_n \le 4$

بما أن الدالة متزايدة على المجال $[0,4]$ فان:

$f(0) \le f(U_n) \le f(4)$

$0 \le f(U_n) \le 4$

حسب النتيجة 2) جـ) فان: $0 \le U_{n+1} \le 4$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $0 \le U_n \le 4$

0.25 3) المتتالية (U_n) متناقصة لأن من أجل كل x من $[0,+\infty[$

$f(x) - x \le 0$

و بما أن من أجل كل عدد طبيعي n :

$0 \le U_n \le 4$

0.25 فان: $f(U_n) - U_n \le 0$ أي $U_{n+1} - U_n \le 0$

لدينا المتتالية (U_n) متناقصة و محدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة

حساب

$\lim_{n\to+\infty} U_n$

المتتالية (U_n) متقاربة ومنه:

$\lim_{n\to+\infty} U_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} U_n = l$

و بما أن $U_{n+1} = f(U_n)$

0.25 والدالة f مستمرة على المجال $]-1,+\infty[$ فان:

$f(l) = l$

ومنه $f(l) - l = 0$

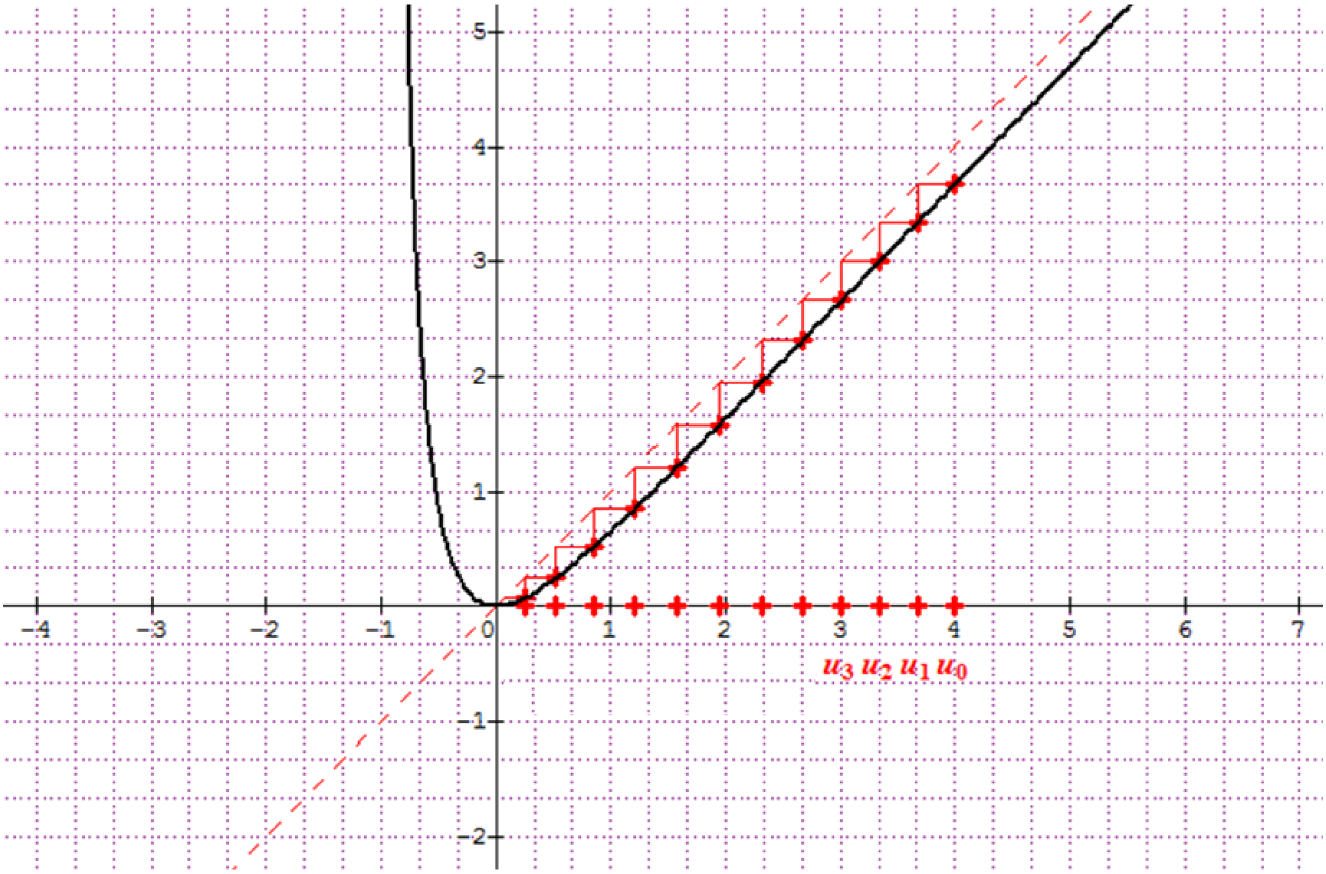
و حسب ما سبق $l = 0$ بالتالي

$\lim_{n\to+\infty} U_n = 0$

0.5

0.5

0.25



التمثيل البياني للتمرين الرابع للموضوع الأول

الحل النموذجي و سلم التنقط

الشعبة : تقني رياضي — بكالوريا التجريبي 2017

الموضوع الثاني

التمرين الاول (04 نقاط)

-1

$U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4} \quad ; \quad U_0 = \frac{1}{4}$

تعيين a و b في :

$U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n+4}$

و منه :

$U_{n+1} = \frac{a(U_n+4)+b}{U_n+4}$ — 0.5

$\begin{cases} a=3 \\ b=-10 \end{cases} \quad \begin{cases} a=3 \\ 4a+b=2 \end{cases}$

$U_{n+1} = 3 - \frac{10}{U_n+4}$

-2

أ) باستعمال البرهان بالتراجع $-2 < U_n < 1$

نتحقق:

$P(0): \ -2 < U_0 < 1$ — 0.75

نفرض:

$-2 < U_n < 1$

نبرهن أنها صحيحة ن أجل $n+1$

ب) المتتالية U_n متزايدة تماما على N لان:

$U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n-1)(U_n+2)}{U_n+4}$

وبما أن $U_n < 1$ فإن $U_n - 1 < 0$ و

$U_n > -2$ فإن $U_n + 2 > 0$ فان — 0.75

وعليه فان: $-(U_n-1)(U_n+2) > 0$:

ولدينا كذلك $U_n + 4 > 0$ ومن ثم فإن

$U_{n+1} - U_n > 0$

جـ) المتتالية (U_n) متقاربة لأنها متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 1 — 0.25

3) أ) (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ وحدها الأول $U_0 = 3$ — 0.5

ب) $V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$ — 0.25

$U_n = \frac{3\times\left(\frac{5}{2}\right)^n - 2}{1+3\times\left(\frac{5}{2}\right)^n}$ — 0.25

جـ) حساب المجموع:

$V_0 = 3$

$V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)$

$V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$ — 0.25

نعوض نجد :

$S_n = \frac{1}{3}(1+2+2^2+\dots+2^n)$ — 0.5

$S_n = \frac{1}{3}(2^{n+1}-1)$

التمرين الثاني (04 نقط)

1) $A \in (ABC) \ ; \ B \in (ABC) \ ; \ C \in (ABC)$ — 0.75

2) $\begin{cases} x = k-2 \\ y = 5k+8 \\ z = -k+4 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$ — 0.5

(3

أ) نحل الجملة $\begin{cases} x-2z-11=0 \\ x-y-z-7=0 \end{cases}$ — 0.5

ب) ندرس التوازي :

$\vec{u}(1,5,-1)$, $\vec{v}(2,1,1)$, $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{5}$ ومنه (T) و (Δ) غير متوازيان. — 0.25

ندرس التقاطع معناه نحل الجملة:

$\begin{cases} 2t+11 = k-2 \\ t+4 = 5k+8 \\ t = -k+4 \end{cases}$ — 0.5

نعوض t في المعادلة 2 نجد $k=0$ ثم نعوض في المعادلة 3 نجد $t=4$ ثم نعوض هذه القيم في المعادلة1 نجد : $19=-2$ و هذا مستحيل.

إذا (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوى.

-4 أ)

$E \in (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 11+2t \\ 0 = 4+t \\ -4 = t \end{cases}$ — 0.25

$\begin{cases} t=-4 \\ t=-4 \\ t=-4 \end{cases}$ نجد t وحيد

$F \in (T) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = k-2 \\ 3 = 5k+8 \\ 5 = 4-k \end{cases}$

$\begin{cases} k=-1 \\ k=-1 \\ k=-1 \end{cases}$ نجد k وحيد — 0.25

ب) $(\Gamma): -6x+3y-9z+54-\alpha = 0$ — 0.5

و هي معادلة ديكارتيه للمستوي الذي شعاعه الناظمي $\overrightarrow{EF}$.

جـ) $I\left(0,\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ منتصف القطعة $[EF]$.

$I \in (\Gamma)$ بعد التعويض نجد $\alpha = 63$ — 0.5

التمرين الثالث (05 نقاط)

1) أ) $P(\alpha i)=0$ — 0.25

نجد $\alpha=1$ و منه $P(i)=0$

ب)

$$\begin{cases}a=\sqrt{3}\\ b=1\end{cases}$$ — 0.5

حلول المعادلة هي:

$$\left\{i;\ \frac{-\sqrt{3}-i}{2};\ \frac{-\sqrt{3}+i}{2}\right\}$$ — 0.5

2) أ) نحسب: — 0.25

$|Z_A|=|Z_B|=|Z_C|=1$

ومنه النقط A,B,C تنتمي الى دائرة مركزها المبدأ O — 0.25

ونصف قطرها 1

نبين أن

$$\begin{cases}\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}\\ OA=OC\end{cases}$$ — 0.5

ومنه الرباعي $OABC$ معين

3) أ) حساب

$$Z_2={Z_1}^2=-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}$$ — 0.25 — 0.25

التمثيل البياني

ب)باستعال البرهان بالتراجع :

نتحقق : من أجل $n=0$: $OA_0=1$ ومنه $A_0\in(C)$ — 0.5

نفرض أن :$A_n\in(C)$ ونبرهن أن $A_{n+1}\in(C)$ أي

$OA_{n+1}=1$ لدينا $A_n\in(C)$ معناه :

$OA_n=1$ أي $|Z_n|=|{Z_1}^n|=|Z_1|^n=1$

$OA_{n+1}=|{Z_1}^{n+1}|=|{Z_1}^n|\times|Z_1|=1$

ومنه النقط A_{n+1} تنتمي الى الدائرة (C)

جـ) نبرهن أن:

$$Z_{n+1}-Z_n={Z_1}^{n+1}-{Z_1}^n$$

$$={Z_1}^n(Z_1-1)$$ — 0.25

$$={Z_1}^n\left(-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$$

د) — 0.25

$$|Z_{n+1}-Z_n|=1$$

المسافة:

$$A_n\,A_{n+1}=|Z_{n+1}-Z_n|=1$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n

$$OA_n=OA_{n+1}=1$$ — 0.25

و

$$A_n\,A_{n+1}=1$$

و منه المثلثات OA_nA_{n+1} متقايسة الأضلاع .

4) أ) f تشابه مباشر مركزه النقطة A_0 ذات اللاحقة 1 نسبته 2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ — 0.5

ب) صورة المثلث OA_1A_2 هو المثلث $O'A'_1A'_2$ حيث

$O'=f(O)$, $O'(0,\sqrt{3})$ — 0.5

$A'_1=f(A_1)$, $A'_1(2,\sqrt{3})$

$A'_2=f(A_2)$, $A'_2(1,2\sqrt{3})$

التمرين الرابع (07 نقاط)

I. 1) نحسب المشتقة: $g'(x)=e^{x-2}-1$ — 0.25

جدول التغيرات: — 0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$		$+$
$g(x)$	↘	0	↗

0.25

2) اشارة : $g(x)\geq 0$ — 0.25

II.

1) أ) النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$ — 0.25

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$$ — 0.25

ب)

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y)=0$$ — 0.25

جـ) وضعية C_f بالنسبة الى (d) — 0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	أسفل	يقطع	أعلى

2) حساب المشتقة : $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$ — 0.5

ومنه اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ اذن الدالة f متزايدة تماما على R — 0.25

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0.25

3) أ) معناه نحل المعادلة : $f(x)=0$ — 0.5

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

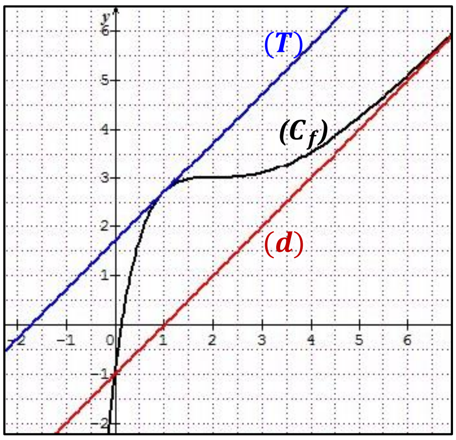
ب) نحسب المشتقة الثانية $f''(x)=0$ — 0.5

اذن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف $I(2,3)$

جـ) معادلة المماس (T) الذي يوازي (d) هي: — 0.5

$$y=x-1+e$$

5) التمثيل البياني — 0.5



0.25

0.25

		5) <u>المناقشة البيانية:</u> $f(x) = x + m$	
		$m < -1$ المعادلة تقبل حلا واحدا سالبا	
		$m = -1$ المعادلة تقبل حلا و هو معدوم	0.5
		$-1 < m < e - 1$ حلين موجبين تماما	
		$m = e - 1$ حلا واحدا موجبا	
		$m = e - 1$ ليس لها حلول	
		6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة نضع :	
		$U(x) = x$ و $V'(x) = e^{2-x}$	0.5
		$H(x) = (-x-1)e^{2-x}$	
		ب) حساب A:	
		$A = \int_0^2 (f(x) - y)dx$	
		$A = \int_0^2 \frac{x}{e^{x-2}}dx = \int_0^2 xe^{2-x}\,dx$	0.5
		$A = [H(x)]_0^2$	
		$A = H(2) - H(0)$	
		$A = (e^2 - 3)\ cm^2$	