

**التمرين الثالث: (09 نقاط)**

$g$  دالة معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

1 ادرس إتجاه تغير الدالة  $g$ .

2 احسب  $g(1)$  ثم حدد حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

الجزء II:  $f$  دالة معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1 بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

2 بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  لدينا:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .

3 استنتج إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4 بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  ثم ادرس وضعيتهما النسبية.

5 بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

6 ارسم كل من  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

7 ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة:  $x^2 - mx - \ln x = 0$ .

الجزء III: نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $IR$  بـ:  $h(x) = f(e^x)$ .

1 بين أنه من أجل كل  $x$  من  $IR$  لدينا:  $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$ .

2 استنتج جدول تغيرات الدالة  $h$ .

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

ثانوية: أفلاح بن عبد الوهاب / تيارت / السنة الدراسية: 2017 – 2018

المستوى: الثالثة ثانوي / الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات / المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

**الموضوع الأول**

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

نعرف متتالية  $(u_n)$  على المجموعة  $N$  بـ:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - n - \frac{3}{2}$ .

1 أ) احسب الحدين  $u_1$  و  $u_2$  ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد  $n$ :  $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

2  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $N$  بـ:  $v_n = u_n + \alpha n - 1$

أ) عين قيم العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(v_n)$  متباعدة.

ب) بين أنه من أجل كل عدد  $n$ :  $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}(\alpha - 2)(n + 2)$

ج) استنتج قيمة العدد  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تحديد أساسها  $q$  وحدّها الأول  $v_0$ .

د) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

3 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط  $A; B; C$  و  $G$  حيث:  $2\overline{GA} + 3\overline{GB} + \lambda\overline{GC} = \vec{0}$  مع  $\lambda$  عدد حقيقي.

أ) عين  $\lambda$  حتى تكون النقطة  $G$  مرجحا للنقط  $A; B; C$  و المرفقة بالمعاملات  $S_0; S_1; S_2$  على الترتيب.

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

لكل سؤال أربعة أجوبة مقترحة أحدها - فقط - صحيح يطلب تحديده مع التبرير.

1 في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة:  $x^2 + x + 3 \equiv 0 [5]$

أ) لا تقبل حولا في  $Z$  ب) حلولا زوجية ج) حلولا تحقق  $x \equiv 2 [5]$

د) حلولا تحقق  $x \equiv 1 [5]$  أو  $x \equiv 3 [5]$

2 باقي القسمة الاقليدية للعدد  $2018^{1439}$  على 3 هو:

أ) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  بـ:  $u_0 = 9$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ .

ولتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  حيث:  $v_n = u_n + 6$ .

1 أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج) نعتبر المجموعين  $S_n$  و  $S'_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

احسب  $S_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج  $S'_n$  بدلالة  $n$ .

2 نعرف المتتالية  $(w_n)$  بـ: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $w_n = \ln(v_n)$  (حيث:  $\ln$  اللوغاريتم النيبيري).

أ) بين أن  $(w_n)$  متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n'' = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ ، استنتج النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n''$ .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

1 أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7.

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$ .

ج) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين  $S_{1439}$  و  $S_{1440}$ .

2 حل في المجموعة  $Z \times Z$  الجملة:  $\begin{cases} 25x - 31y = 7 \\ PGCD(x; y) = 7 \end{cases}$

3 نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة  $Z$  المعادلة  $(E)$  ذات المجهول:  $3x(x+2) \equiv 2[7]$ .

أ) حل في المجموعة  $Z$  المعادلة  $(E)$ .

ب)  $N$  عدد طبيعي يكتب  $\overline{361}$  في النظام الذي أساسه  $\alpha$  و باقي القسمة الإقليدية للعدد  $N$  على 7 هو 3.

ج) عين قيم العدد الطبيعي  $\alpha$  و تحقق أن العدد 2017 قيمة ممكنة للعدد  $\alpha$ .

3 نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية:  $(\Gamma) \dots 24x + 34y = 2$

أ) حلول المعادلة  $(\Gamma)$  من الشكل:  $(x; y) = (34k - 7; 5 - 24k)$  حيث  $k$  عدد صحيح.

ب) حلول المعادلة  $(\Gamma)$  من الشكل:  $(x; y) = (-7k; 5k)$  حيث  $k$  عدد صحيح.

ج) حلول المعادلة  $(\Gamma)$  من الشكل:  $(x; y) = (17k - 7; 5 - 12k)$  حيث  $k$  عدد صحيح.

د) المعادلة  $(\Gamma)$  لا تقبل حولا في  $Z^2$ .

4  $N$  عدد طبيعي يكتب  $\overline{421}$  في النظام ذي الأساس 5، يكتب  $N$  في النظام ذي الأساس 6 بالشكل:

أ)  $\overline{214}$  (ب)  $\overline{303}$  (ج)  $\overline{111}$  (د)  $\overline{222}$

5 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $a = n(n+2)$  و  $b = n+1$ ، بما أن  $b^2 - a = 1$  فإن  $\gcd(a; b) = p$  هو:

أ)  $n$  (ب)  $n+1$  (ج) 1 (د) 2

### التمرين الثالث: (09 نقاط)

الجزء I:  $g$  دالة معرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = (3-2x)e^x + 2$ .

1 احسب نهاية  $g$  عند  $-\infty$  و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب النهاية عند  $+\infty$ .

2 ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3 اثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,68 < \alpha < 1,69$ .

4 حدد حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

الجزء II:  $f$  دالة معرفة على  $IR$  بـ:  $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . (حيث:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$ )

1 اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ .

2 عين دون الحساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسر النتيجة بيانيا.

4 احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  و فسر النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية  $f$  عند  $-\infty$ ، شكل جدول تغيرات  $f$ .

3 اثبت أن  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$  ثم عين حصرا لـ  $f(\alpha)$ .

5 بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 4x - 1$  مقارب لـ  $(C_f)$  ثم ادرس الوضعية النسبية بينهما.

6 اكتب معادلة المماس  $(T)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

7 ارسم  $(\Delta)$  و  $(T)$  و  $(C_f)$ .

8 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة:  $me^x - 4x + m + 2 = 0$ .