

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعتان

2014/11/30

الشعبة : 3 علوم الطبيعة والحياة

التمرين الأول (12) :

نعبر الدالة  $\{$  المعرفة  $\mathbb{R} : (x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3$

1. أدرس تغيرات الدالة  $\{$

2. بين أن المعادلة  $\{ (x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $r$  حيث  $-0.4 < r < -0.3$

3. حدد حسب قيم  $x$  إشارة  $\{ (x)$

نعبر الدالة  $f$  المعرفة  $\mathbb{R} - \{1\} : f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 لدينا :  $f(x) = x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x - 1}$

2. أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريفها

3. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

4. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x^2 - 2x - 1)]$  و ما هو تفسيرك الهندسي للنتيجة

5. أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمنحني  $(P)$  الممثل للدالة " $x \rightarrow (x^2 - 2x - 1)$ "

6. بين أن  $f(r) = \frac{15}{2(1-r)} - 2$  و أستنتج حصرا لـ  $f(r)$

7. أرسم  $(P)$  و  $(C_f)$

التمرين الثاني (08) :

نعبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $h(x) = 3 \ln(x) - (\ln(x))^2$

وليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. بين أن المستقيم ذو المعادلة  $x = 0$  مقارب لـ  $(C)$

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

3. أحسب  $h'(x)$  حيث  $h'$  الدالة المشتقة للدالة  $h$

4. حل في المجال  $]0; +\infty[$  المعادلة  $3 - 2 \ln(x) = 0$  ثم المتراجحة  $3 - 2 \ln(x) > 0$  مستنتجا إشارة  $h'(x)$

5. شكل جدول تغيرات الدالة  $h$

6. حل في المجال  $]0; +\infty[$   $h(x) = 0$  و فسر النتيجة هندسيا

7. أنشئ  $(C)$

# تصحیح

3: علوم تجريبية

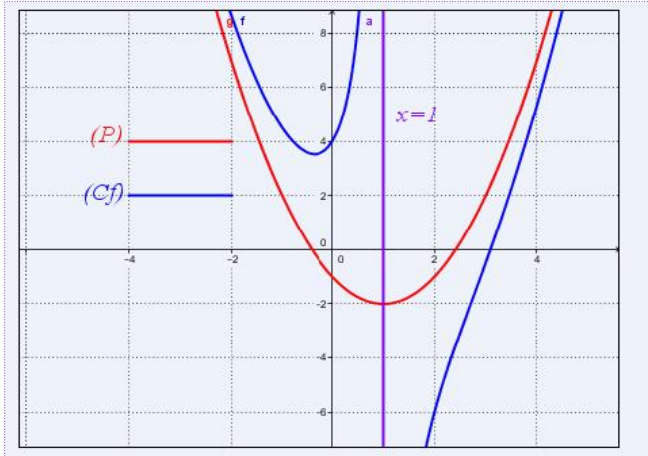
ثانوية بلحاج قاسم نورالدين –

December 2, 2014

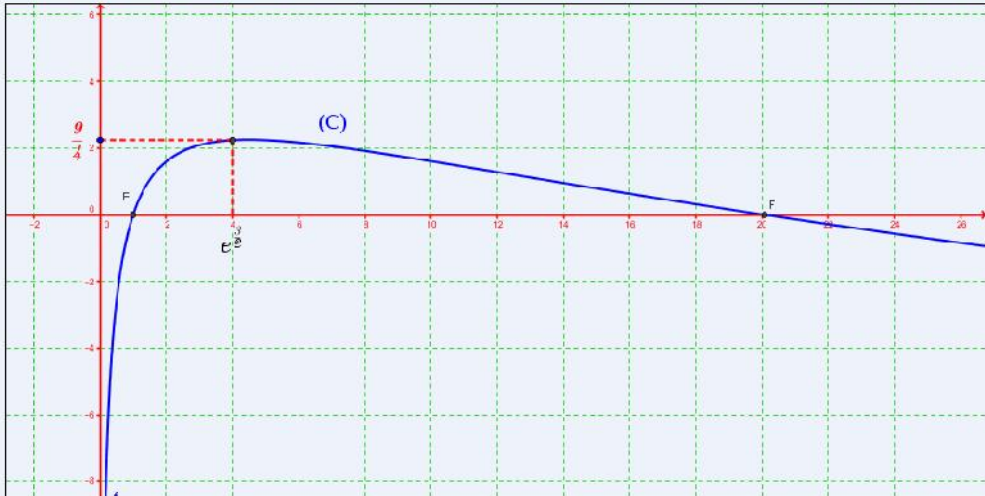
: ثابت إبراهيم

<b>12</b>	<p style="text-align: right;"><b>التمرين الأول :</b></p> <p>لدينا : <math>\{ (x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3</math></p>															
	<p style="text-align: right;"><b>1- دراسة تغيرات الدالة :</b></p> <p style="text-align: right;">( حساب النهايات :</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \{ (x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 6x^2 + 6x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \{ (x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 6x^2 + 6x + 3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3) = +\infty$															
	<p style="text-align: right;">( : _____</p> $\{ '(x) = 6x^2 - 12x + 6$ <p style="text-align: right;">• : _____</p> $6(x^2 - 2x + 1) = 0 \quad \{ '(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 12x + 6 = 0$ $(x-1)^2 = 0 \quad 6(x-1)^2 = 0$ <p style="text-align: right;"><math>x_1 = x_2 = 1</math> :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\{ '(x)</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$\{ '(x)$	+	0	+							
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$													
$\{ '(x)$	+	0	+													
	<p style="text-align: right;">( جدول تغيرات الدالة :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>r</math></td> <td style="text-align: center;"><math>1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\{ '(x)</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\{ (x)</math></td> <td colspan="4" style="text-align: center;"> </td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$r$	$1$	$+\infty$	$\{ '(x)$	+	+	0	+	$\{ (x)$				
$x$	$-\infty$	$r$	$1$	$+\infty$												
$\{ '(x)$	+	+	0	+												
$\{ (x)$																
	<p style="text-align: right;"><b>2- تبيان أن المعادلة <math>\{ (x) = 0</math> تقبل حلا وحيدا <math>r</math> حيث <math>-0.4 &lt; r &lt; -0.3</math> :</b></p> <p><math>\{</math> دالة مستمرة ورتبية تماما على المجال <math>[-0.4; -0.3]</math></p> <p>ولدينا : <math>\{ (-0.4) = -0.49</math>    <math>\{ (-0.3) = 0.61</math>    ومنه <math>\{ (-0.3) \times \{ (-0.4) &lt; 0</math></p> <p>حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة <math>\{ (x) = 0</math> تقبل حلا وحيدا <math>r</math> حيث <math>-0.4 &lt; r &lt; -0.3</math></p>															
	<p style="text-align: right;"><b>3- <math>\{ (x)</math> :</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>r</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\{ (x)</math></td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$r$	$+\infty$	$\{ (x)$	-	0	+							
$x$	$-\infty$	$r$	$+\infty$													
$\{ (x)$	-	0	+													
	<p style="text-align: right;">• : _____</p> <p>لدينا : <math>f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x-1}</math></p>															
	<p style="text-align: right;"><b>1- تبيان أن : <math>f(x) = x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1}</math></b></p> <p>لدينا : <math>x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1} = \frac{(x^2 - 2x - 1)(x-1) - 5}{x-1} = \frac{x^3 - 2x^2 - x + x^2 + 2x + 1 - 5}{x-1}</math></p> $x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1} = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x-1} = f(x)$															

	<p><b>-2 حساب النهايات :</b></p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 - 3x^2 + x - 4) = -5 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 1) = 0^- \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1} = +\infty$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 3x^2 + x - 4) = -5 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0^+ \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$																				
	<p><b>-3 دراسة اتجاه تغير f :</b></p> $f'(x) = 2x - 2 + \frac{5}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1)^3 + 5}{(x-1)^2}$ $f'(x) = \frac{2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 5}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 6x^2 + 6x + 3}{(x-1)^2}$ <p>ومنه : <math>f'(x) = \frac{\{x\}}{(x-1)^2}</math></p> <p><b>جدول تغيرات الدالة f :</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th colspan="2"><math>\{x\}</math></th> <th colspan="2"><math>f'(x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>r</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>f(r)</math></p>		$\{x\}$		$f'(x)$		$x$	$-\infty$	$r$	$1$	$+\infty$	$f'(x)$		-	0	+	$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$+\infty$
	$\{x\}$		$f'(x)$																		
$x$	$-\infty$	$r$	$1$	$+\infty$																	
$f'(x)$		-	0	+																	
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$+\infty$																	
	<p><b>-4</b> <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x^2 - 2x - 1))</math>      <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x^2 - 2x - 1))</math></p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x^2 - 2x - 1)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1} - x^2 + 2x + 1 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{5}{x-1} \right) = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x^2 - 2x - 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x^2 - 2x - 1 - \frac{5}{x-1} - x^2 + 2x + 1 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{5}{x-1} \right) = 0$ <p style="text-align: right;">التفسير الهندسي :</p> <p><math>+\infty</math>    <math>-\infty</math>      <math>(C_f)</math>                      <math>x \mapsto x^2 - 2x - 1</math>                      <math>(P)</math></p>																				
	<p><b>-5</b> <math>(P)</math>      <math>(C_f)</math></p> $f(x) - (x^2 - 2x - 1) = -\frac{5}{x-1}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>-\infty</math></th> <th><math>1</math></th> <th><math>+\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f(x) - (x^2 - 2x - 1)</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>(P)</math></td> <td>يقع <math>(C_f)</math></td> <td><math>(C_f)</math> يقع تحت <math>(P)</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$f(x) - (x^2 - 2x - 1)$		+	-		$(P)$	يقع $(C_f)$	$(C_f)$ يقع تحت $(P)$								
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$																		
$f(x) - (x^2 - 2x - 1)$		+	-																		
	$(P)$	يقع $(C_f)$	$(C_f)$ يقع تحت $(P)$																		

	<p><b>-6 تبيان أن <math>f(r) = \frac{15}{2(1-r)} - 2</math> :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• لدينا : <math>f(r) = \frac{r^3 - 3r^2 + r - 4}{r - 1}</math> (*)</li><li>• ولدينا : <math>\{ (r) = 0</math> ومنه <math>2r^3 - 6r^2 + 6r + 3 = 0</math> <math>2r^3 = 6r^2 - 6r - 3</math> ومنه <math>r^3 = \frac{6r^2 - 6r - 3}{2}</math> :</li></ul> <p>بالتعويض في (*) :</p> $f(r) = \frac{\frac{6r^2 - 6r - 3}{2} - 3r^2 + r - 4}{r - 1}$ $f(r) = \frac{-4r - 11}{r - 1} \quad \text{ومنه} \quad f(r) = \frac{6r^2 - 6r - 3 - 6r^2 + 2r - 8}{r - 1}$ $f(r) = \frac{-4r - 11}{2(r - 1)} = -2 + \frac{15}{2(r - 1)}$ <p><b><math>f(r) = \frac{15}{2(1-r)} - 2</math> :</b></p>
	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b><math>f(r)</math> :</b></li><li>• لدينا : <math>-0.4 &lt; r &lt; -0.3</math> ومنه <math>0.3 &lt; -r &lt; 0.4</math> ومنه <math>\frac{1}{1.4} &lt; \frac{1}{1-r} &lt; \frac{1}{1.3}</math> :</li></ul> $\frac{15}{2 \times 1.4} - 2 < \frac{15}{2(1-r)} - 2 < \frac{15}{2 \times 1.3} - 2$ <p><b><math>3.36 &lt; f(r) &lt; 3.77</math></b></p>
	<p><b>-7</b></p> 

<b>08</b>	<p style="text-align: right;"><b>التمرين الثاني :</b></p> <p>• لدينا : <math>D_h = ]0; +\infty[</math> <math>h(x) = 3\ln(x) - (\ln(x))^2</math></p>																
	<p><b>1- تبيان أن المستقيم ذي المعادلة <math>x = 0</math> : (C)</b></p> <p>• لدينا : <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3\ln(x) - (\ln(x))^2) = -\infty</math></p> <p>ومنه <math>x = 0</math> مستقيم .(C)</p> $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(x))^2 = +\infty \end{cases} :$																
	<p><b>2- <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)</math></b></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (3\ln(x) - (\ln(x))^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) \times (3 - \ln(x)) = -\infty</math></p> $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - \ln(x)) = -\infty \end{cases} :$																
	<p><b>3- <math>h'(x)</math></b></p> <p>• لدينا : <math>h'(x) = \frac{3}{x} - 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x) = \frac{3 - 2\ln(x)}{x}</math></p> <p><math>h'(x) = \frac{3 - 2\ln(x)}{x}</math></p>																
	<p><b>4- <math>3 - 2\ln(x) = 0</math> ]0; +\infty[</b></p> <p><math>3 - 2\ln(x) = 0</math> يعني <math>2\ln(x) = 3</math> ومنه <math>\ln(x) = \frac{3}{2}</math></p> <p><math>x = e^{\frac{3}{2}}</math></p> <p><math>S = \left\{ e^{\frac{3}{2}} \right\}</math></p>																
	<p>• <math>3 - 2\ln(x) &gt; 0</math> ]0; +\infty[</p> <p>ومنه <math>x &lt; e^{\frac{3}{2}}</math> يعني <math>3 - 2\ln(x) &gt; 0</math> <math>\ln(x) &lt; \frac{3}{2}</math></p> <p><math>S = ]0; e^{\frac{3}{2}}[</math> : <math>S = ]0; +\infty[ \cap ]0; e^{\frac{3}{2}}[ = ]0; e^{\frac{3}{2}}[</math></p>																
	<p>• <math>h'(x)</math></p> <p>• <math>3 - 2\ln(x)</math> <math>h'(x)</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>e^{\frac{3}{2}}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>h'(x)</math></td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0 -</td> </tr> </table>	$x$	$0$	$e^{\frac{3}{2}}$	$+\infty$	$h'(x)$		+	0 -								
$x$	$0$	$e^{\frac{3}{2}}$	$+\infty$														
$h'(x)$		+	0 -														
	<p><b>5- جدول تغيرات الدالة <math>h</math> :</b></p> <p><math>h\left(e^{\frac{3}{2}}\right) = 3\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right) - \left(\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\right)^2 = 3 \times \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \frac{9}{4}</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>e^{\frac{3}{2}}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>h'(x)</math></td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0 -</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>h(x)</math></td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;"><math>\nearrow \frac{9}{4}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\searrow</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$0$	$e^{\frac{3}{2}}$	$+\infty$	$h'(x)$		+	0 -	$h(x)$		$\nearrow \frac{9}{4}$	$\searrow$			$-\infty$	$-\infty$
$x$	$0$	$e^{\frac{3}{2}}$	$+\infty$														
$h'(x)$		+	0 -														
$h(x)$		$\nearrow \frac{9}{4}$	$\searrow$														
		$-\infty$	$-\infty$														

	<p><b>-6</b> : <math>h(x) = 0</math></p> <p><math>\ln(x)(3 - \ln(x)) = 0</math> ومنه <math>h(x) = 0 \Leftrightarrow 3\ln(x) - (\ln(x))^2 = 0</math></p> <p>: <math>\ln(x) = 0</math> ومنه <math>x = 1</math> •</p> <p><math>3 - \ln(x) = 0</math> يعني <math>\ln(x) = 3</math> ومنه <math>x = e^3</math> •</p> <p><math>S = \{1; e^3\}</math> : <math>h(x) = 0</math></p>
	<p>• التفسير الهندسي لحلول المعادلة : <math>h(x) = 0</math></p> <p>(C) يقطع حامل الفواصل في النقطتين : <math>E(1;0)</math> <math>F(e^3;0)</math></p>
	<p><b>-7</b> :</p> 



انتهى تصحيح

بالتوفيق في البكالوريا 2015

