

التمرين الأول : (4 نقاط)

لتكن دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على \mathbb{R} والتي تحقق الشرطين التاليين :

من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم : $f'(x) = 2f(x) - [f(x)]^2$ و $f(0) = 1$ (ب) كما يلي : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

1- أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ثم بين أن الدالة g حل للمعادلة التفاضلية : (E') $y' = -2y + 1$

2- حل في \mathbb{R} المعادلة التفاضلية (E').

3- استنتج الدالة f .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

المنحنى (C_f) أسفله هو التمثيل البياني لدالة f المعرفة على \mathbb{R} وتقبل النقطة A ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$ كنقطة حدية (انظر الشكل 1)

و (d) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0,3)$

بقراءة بيانية :

1. أ) جد نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$.

ب) حدد إشارة الدالة $f(x)$ ثم إشارة الدالة المشتقة $f'(x)$.

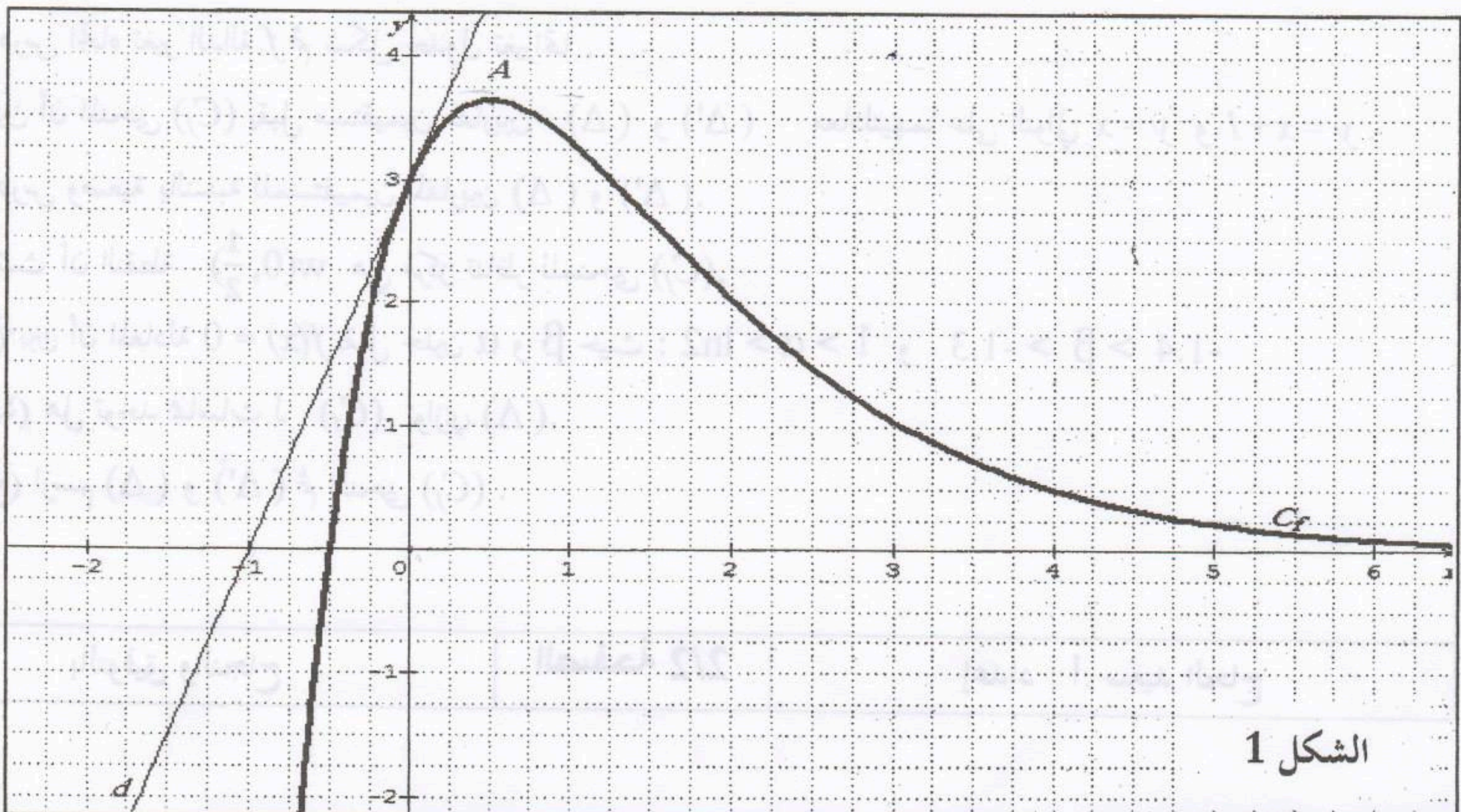
ج) عين $f(0)$ و $f'(0)$ و $f'(\frac{1}{2})$

2. بالاستعانة بنتيجة السؤال الأول عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = (ax+b)e^{-x}$

لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .



الشكل 1

التمرين الثالث: (4 نقاط)

حدد الجواب الصحيح الوحيد مع التبرير.

1. مجموعة حلول المعادلة: $e^{2x} - 3e^x - 4$ تقبل على \mathbb{R} :

(أ) ليس لها حل (ب) حلا واحدا (ج) حلين .

2. نهاية $(x - \sqrt{x^2 - 1})$ عند $+\infty$ هي :

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) 1 (ج) 0 (د) $-\frac{1}{2}$

3. المعادلة التفاضلية: $y=2y'-1$ تقبل كمجموعة حلول :

(أ) $f(x)=Ce^{2x} - 1$ (ب) $f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x} + 1$ (ج) $f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x} - 1$ (د) $f(x)=Ce^{2x} + \frac{1}{2}$

4. نهاية الدالة: $\frac{2e^x-1}{e^x+2}$ عند $+\infty$ هي :

(أ) $-\frac{1}{2}$ (ب) 1 (ج) 2 (د) $+\infty$

5. دالة معرفة على $\mathbb{R} \setminus \{5\}$: $f(x) = \frac{3x^2-5x}{x-5}$

(أ) نهاية الدالة هي: $-\infty$ لما x يؤول إلى 5 (ب) نهاية الدالة هي: 0 لما x يؤول $+\infty$

(ج) من أجل من $\mathbb{R} \setminus \{5\}$: $f(x) = 3x + 10 + \frac{50}{x-5}$ (د) المستقيمان اللذان معادلتاهما $y = 5$ و

$y = 3x + 10$ مقاربان للمنحنى البياني.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ (C_f) إلى تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . (الوحدة: 2cm)

1. (أ) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$

(ب) أحسب نهاية الدالة f عند 0 ثم فسر هندسيا النتيجة .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على التوالي $y = x + 1$ و $y = x$.

4. أدرس وضعية بالنسبة للمستقيمين المقاربين (Δ) و (Δ') .

5. أثبت أن النقطة $w(0, \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

6. (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $1 > \alpha > \ln 2$ و $-1.4 > \beta > -1.3$

(ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي (Δ) .

(ج) ارسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

إعداد: أ. سعيد الحاج

الصفحة 2/2

بالتوفيق والنجاح