متقن بلوناز محمد - بسكرة - السنـــة الدراسيـــة 2017/2016

المستـوى : ثالثـــة ثانــوي الشعبة: علوم تجريبية و تقني رياضي

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات المـــدة: 02 ساعـــة

التمرين الأول(08 ن): توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل:

1. إذا كانت $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=0$ فان $\lim\limits_{x\to +\infty} g\left(\dfrac{e^x+1}{e^x-1}\right)$ تساوي	$+\infty$	1	0
2. إذا كانت h دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $e^{-x}\le h(x)\le 2e^{-x}$ و f الدالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=xe^x h(x)$ فان	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 2 فان $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2)-f(2+2h)}{2h}$ تساوي	$f'(2)$	$-f'(2)$	$+\infty$
4. حل المعادلة التفاضلية $y'+2y-2=0$ الذي يحقق $f(0)=0$ هو f حيث:	$f(x)=e^{-2x}-1$	$f(x)=-e^{-2x}-1$	$f(x)=-e^{-2x}+1$
5. مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ ، للمتراجحة $e^x-e^{-x}\le 0$ هي	$]-\infty;0]$	$[1;+\infty[$	$\mathbb{R}$

التمرين الثاني(12 ن):

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(-x+2)e^x-2$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. (نقبل ان : $\lim\limits_{t\to-\infty} te^t=0$)
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث: $1.5<\alpha<1.6$
4. احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{e^x-1} & ; x\neq 0\\ 0 & ; x=0\end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (نقبل ان : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t^2}=+\infty$)
2. ادرس استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمة 0، ثم فسر النتائج هندسيا.
3. ا) اثبت انه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(e^x-1)^2}$

   ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. بين أن: $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
5. انشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $[-1;+\infty[$

بالتـــوفيـــق

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

اختبار في مادة : الرياضيات   المستوى : الثالثة ثانوي   الشعبة : علوم تجريبية

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الدوال العددية	**التمرين الأول:**		8
	1. 0 (نهاية مركب دالتين)لأن: $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+1}{e^x-1}=1$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$	0.5+1	
	2. $+\infty$ (نهاية بالحصر) لأن: $e^{-x}\le h(x)\le 2e^{-x}$ و $\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} 2x=+\infty$	0.5+1	
	3. $-f'(2)$ لأن: $\lim_{h\to0}\frac{f(2)-f(2+2h)}{2h}=-\lim_{t\to0}\frac{f(2+t)-f(2)}{t}=-f'(2)$	0.5+1	
	4. $f(x)=-e^{-2x}+1$ لأن $f(0)=0$ و $f'(x)+2f(x)-2=0$	0.5+1	
	5. $S=]-\infty;0]$ لأن: مجموعة التعريف للمتراجحة $e^x-e^{-x}\le 0$ هي $\mathbb{R}$ و $e^x-e^{-x}\le 0$ تكافئ أن: $e^{2x}-1\le 0$ تكافئ أن: $x\le 0$ ومنه نجد أن: $S=]-\infty;0]$	1+1	
الدوال العددية	**التمرين الثاني:**	5	12
	I.		
	1. حساب النهايات: $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-2$	0,5	
	2. دراسة اتجاه تغير الدالة g: حساب $g'(x)$: $g'(x)=(1-x)e^x$	0,5	
	دراسة إشارة $g'(x)$: من اجل كل x من $[1;+\infty[$ ، لدينا $g'(x)\geq 0$ ؛ من اجل كل x من $]-\infty;1]$ ، لدينا $g'(x)\leq 0$	1	
	تشكيل جدول تغيرات الدالة g: (الجدول أدناه)	1	
	3. تبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث $1.5<\alpha<1.6$: الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ و $g(1.5)\times g(1.6)<0$ إذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث: $1.5<\alpha<1.6$	1	
	4. حساب $g(0)$، مع استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: • $g(0)=0$ • إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: (الجدول أدناه)	1	

جدول تغيرات الدالة g:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	-2	↗	$e-2$	↘	$+\infty$

إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	0	-	

II. ....

1. حساب النهايات : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ 0,5

2. دراسة استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمة 0 :

لدينا : $\lim_{x\to 0^>} f(x)=\lim_{x\to 0^<} f(x)=0=f(0)$ 0,5

إذن الدالة f مستمرة عند القيمة 0

لدينا : $\lim_{x\to 0^>}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^<}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=1$ 0,5

إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 0

التفسير الهندسي : (C_f) لا ينقطع عند النقطة O و (C_f) يقبل مماسا عند النقطة O معامل توجيهه $f'(0)=1$ 1

3.

ا) $f'(x)=\left(\frac{x^2}{e^x-1}\right)'=\frac{2x(e^x-1)-(e^x)(x^2)}{(e^x-1)^2}=\frac{x((2-x)e^x-2)}{(e^x-1)^2}=\frac{xg(x)}{(e^x-1)^2}$ 0,5

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $\mathbb{R}$ ، مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f

الدوال العددية

دراسة إشارة $f'(x)$:

من اجل كل x من $[\alpha;+\infty[$ ، لدينا $f'(x)\le 0$ 1

من اجل كل x من $]-\infty;\alpha]$ ، لدينا $f'(x)\ge 0$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0

1

4. تبين أن $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ، ثم استنتاج حصرا لـ $f(\alpha)$:

لدينا : $g(\alpha)=0$ ومنه نجد $e^\alpha=\frac{2}{2-\alpha}$ 1

و $f(\alpha)=\frac{\alpha^2}{e^\alpha-1}$ بتعويض بقيمة e^α نجد أن : $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$

استنتاج حصرا لـ $f(\alpha)$: $0.6<f(\alpha)<0.8$

5. إنشاء (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $[-1;+\infty[$: 1