

ثانوية: زريمش عيسى المستوى: 3عج+3تر+3ر 14
نوفمبر 2017

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

الأسئلة:

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$
** أدرس تغيرات الدالة g ، ثم بين أن من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

(II) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$
(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م.م (o, \vec{i}, \vec{j}) وحدة الطول $2cm$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) (أ) من أجل كل $x > -1$: أحسب $f'(x)$ ، ثم بين أن: $f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$. ثم بين أن: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم شكل جدول تغيراتها ($\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$)

(د) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث:
 $-0.72 < \alpha < -0.71$

(3) مما سبق استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) لتكن النقطة $A(x;0)$ حيث $x > -1$ ، المستقيم العمودي المار من النقطة A ويقطع المنحنى (C_f) في النقطة M و يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة

$y = x - e + 1$ في النقطة N ، نضع : $\Psi(x) = MN$

ثانوية: زريمش عيسى المستوى: 3عج+3تر+3ر 14
نوفمبر 2017

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

الأسئلة:

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$
** أدرس تغيرات الدالة g ، ثم بين أن من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

(II) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$
(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م.م (o, \vec{i}, \vec{j}) وحدة الطول $2cm$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) (أ) من أجل كل $x > -1$: أحسب $f'(x)$ ، ثم بين أن: $f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$. ثم بين أن: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم شكل جدول تغيراتها ($\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$)

(د) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث:
 $-0.72 < \alpha < -0.71$

(3) مما سبق استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) لتكن النقطة $A(x;0)$ حيث $x > -1$ ، المستقيم العمودي المار من النقطة A ويقطع المنحنى (C_f) في النقطة M و يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة

$y = x - e + 1$ في النقطة N ، نضع : $\Psi(x) = MN$

<p>أ) بين أن $\Psi(x) = -g(x) + e$</p> <p>اقلب الصفحة</p> <p>ص1</p> <p>ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا حسب المنحنى (C_f).</p> <p>ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).</p> <p>5) أ) بين أن: $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$، ثم استنتج حصر $f(\alpha)$</p> <p>6) ارسم (Δ) و (C_f).</p> <p>7) ناقش بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m$، m وسيط حقيقي</p> <p>III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = x - 1 - e \cdot e^{\frac{-1}{x}}$</p> <p>$(C_h)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م.م (o, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>أ) عين قيمة العدد الحقيقي β: $h(x) = f(x-1) + \beta$</p> <p>ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).</p> <p>انتهى</p> <p>ص2</p>	<p>أ) بين أن $\Psi(x) = -g(x) + e$</p> <p>اقلب الصفحة</p> <p>ص1</p> <p>ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا حسب المنحنى (C_f).</p> <p>ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).</p> <p>5) أ) بين أن: $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$، ثم استنتج حصر $f(\alpha)$</p> <p>6) ارسم (Δ) و (C_f).</p> <p>7) ناقش بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m$، m وسيط حقيقي</p> <p>III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = x - 1 - e \cdot e^{\frac{-1}{x}}$</p> <p>$(C_h)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م.م (o, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>أ) عين قيمة العدد الحقيقي β: $h(x) = f(x-1) + \beta$</p> <p>ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).</p> <p>انتهى</p> <p>ص2</p>
---	---

$$1 - 4/e \approx -0.47$$

x	-1	-1/2	+∞
f''(x)	-	0	+
f'(x)	1	↘ ↗	1

$$\lim_{x \rightarrow -1} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left(1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 1$$

(د) نبين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معوم

والآخر α حيث: $-0.72 < \alpha < -0.71$ لدينا: $f'(0) = 0$

$$f'(-0.71) = -0.029, \quad f'(-0.72) = 0.025$$

بما أن الدالة f' معرفة ومستمرة ورتبية تماما (متناقصة

تماما) على $[-0.72; -0.71]$ و $f'(-0.72)f'(-0.71) < 0$

فإن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f'(x) = 0$

تقبل حل وحيد α حيث $-0.72 < \alpha < -0.71$

نستنتج أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معوم

والآخر α : $-0.72 < \alpha < -0.71$

(3) استنتاج مما سبق اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل

x	-1	α	0	+∞
f'(x)	+	0	-	+

جدول تغيراتها:

إشارة $f'(x)$

الدالة f متزايدة تماما على $[-1; \alpha] \cup [0; +\infty[$

الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$

x	-1	α	-1/2	0	+∞
f'(x)	+	0	-	-	+
f(x)	0	↗	↘	↗	↗

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$ دالتها المشتقة "

$$f''(x) = - \left[\left(\frac{-2(x+1)}{(x+1)^4} \right) e^{\frac{x}{x+1}} + \frac{1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}} \right]$$

$$= \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 1$$

(ب) حساب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$ **نبين أن** $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$ لدينا

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}} = 1 - \frac{1}{x^2} \frac{x^2}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$$

(ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم تشكيل

جدول تغيراتها ($\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^x = 0$)

إشارة $f''(x)$: تتعلق بإشارة $(2x+1)$ لأن المقام

x	-1	-1/2	+∞
2x+1	-	0	+
f''(x)	-	0	+

موجب و $e^{\frac{x}{x+1}} > 0$

بما أن: $f''(x) > 0$

على المجال $]-1/2; +\infty[$

فإن الدالة f' متزايدة تماما على $[-1/2; +\infty[$

بما أن: $f''(x) < 0$ على $]-1; -1/2[$

تصحيح الفرض الثاني للثلاثي الاول --- 3 عتج + 3 تر + 3

(I) دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$

دراسة تغيرات الدالة: $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$ دالتها المشتقة

$$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$g'(x) > 0$ على المجال $]-1; +\infty[$ ومنه:

g متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$

**** نبين أن من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$**

من جدول التغيرات نستنتج:

من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

(II) معرفة f على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$

(1) حساب النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}} \right) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left((x+1)^0 - e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 0$$

(2) (أ) حساب $f'(x)$: f' قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

(III) معرفة h على $]-1; +\infty[$: $h(x) = x - 1 - e e^{\frac{-1}{x}}$

(أ) تعيين قيمة العدد الحقيقي β : $h(x) = f(x-1) + \beta$

$$\beta = h(x) - f(x-1), \quad f(x-1) = x - e \cdot \frac{x-1}{x} = x - e \cdot \frac{x-1}{x}$$

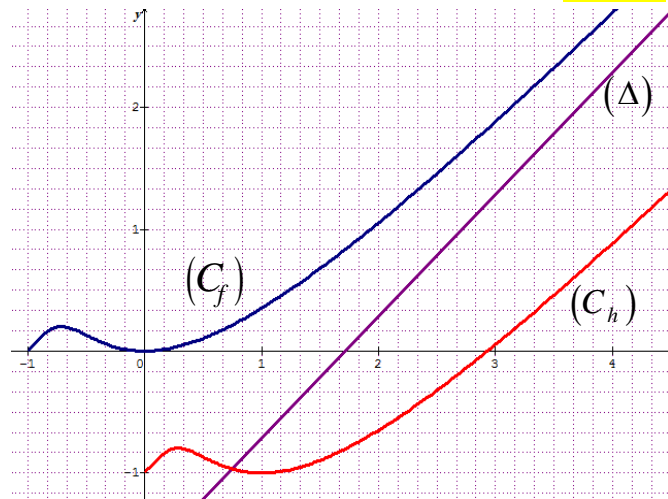
$$\text{ومنه: } \beta = x - 1 - e e^{\frac{-1}{x}} - \left(x - e \frac{x-1}{x} \right) = -1$$

(ب) شرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقاً من (C_f) :

لدينا: $h(x) = f(x-1) - 1$

(C_h) هو صورة (C_f) بواسطة انسحاب شعاعه $\bar{i} - \bar{j}$

(6) رسم (Δ) و (C_f) .



فإن الدالة f' متناقصة تماماً على $]-1; -\frac{1}{2}[$

ومنه: $0.1 < f(\alpha) < 0.2088$

(7) مناقشة بيانها عدد وإشارة حلول المعادلة

$|m| = |f(x)|$ ، m وسيط حقيقي

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع المنحنى

(C_f) مع المستقيمات التي معادلاتها: $y = |m|$

1 $|m| = 0$ يكافئ $m = 0$

* إذا كان $m = 0$ فإن (E) تقبل حل مضاعف معدوم

2 $0 < |m| < f(\alpha)$ يكافئ $\begin{cases} 0 < |m| \\ |m| < f(\alpha) \end{cases}$ يكافئ

$m \in]-f(\alpha); 0[\cup]0; f(\alpha)[$ يكافئ $\begin{cases} m \in]-f(\alpha); 0[\\ m \in]0; f(\alpha)[\end{cases}$

* إذا كان $m \in]-f(\alpha); 0[\cup]0; f(\alpha)[$ فإن المعادلة

(E) تقبل حلان سالبان و حل موجب

3 $|m| = f(\alpha)$ يكافئ $m = f(\alpha)$ أو $m = -f(\alpha)$

* إذا كان $m = f(\alpha)$ أو $m = -f(\alpha)$ فإن المعادلة

(E) تقبل حل مضاعف سالب و حل موجب

4 $|m| > f(\alpha)$ يكافئ $m > f(\alpha)$ أو $m < -f(\alpha)$

يكافئ $m \in]-\infty; -f(\alpha)[\cup]f(\alpha); +\infty[$

* إذا كان $m \in]-\infty; -f(\alpha)[\cup]f(\alpha); +\infty[$ فإن

$$* \text{ نبين أن } f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$$

(4) نبين أن $\Psi(x) = -g(x) + e$ لدينا $A(x; 0)$

$M(x; f(x)); N(x; x-e+1), (\Delta): y = x-e+1$

$$\Psi(x) = MN = \sqrt{(x-x)^2 + ((x-e+1)-f(x))^2}$$

$$= \sqrt{\left(-e + e^{\frac{x}{x+1}}\right)^2} = \left|-e + e^{\frac{x}{x+1}}\right| = -e^{\frac{x}{x+1}} + e$$

ومنه: $\Psi(x) = -g(x) + e$

(ب) حساب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-g(x) + e) = 0$

تفسير النتيجة هندسيا حسب المنحنى (C_f) :

بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-e+1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) = 0$

فإن (C_f) يقبل (Δ) مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$

(ج) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

دراسة إشارة الفرق $\Psi(x) = -g(x) + e = e - e^{\frac{x}{x+1}}$

من أجل كل $x > -1$: $\Psi(x) > 0$ ومنه:

من أجل كل $x > -1$: المنحنى (C_f) يقع فوق (Δ)

(5) نبين أن $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$ لدينا

$$e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = (\alpha+1)^2 \text{ أي أن } f'(\alpha) = 1 - \frac{1}{(\alpha+1)^2} e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = 0 \text{ ومنه}$$

$$f(\alpha) = \alpha+1 - e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = \alpha+1 - (\alpha+1)^2 = -\alpha(\alpha+1)$$

استنتاج حصراً لـ $f(\alpha)$ لدينا $-0.72 < \alpha < -0.71$

$(2) \dots 0.28 < \alpha+1 < 0.29, (1) \dots 0.71 < -\alpha < 0.72$

m	$-\infty$	$-f(\alpha)$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$
عدد وإشارة حلول المعادلة (E)	حل وحيد موجب	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل مضاعف معدوم	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل وحيد موجب
		حلان سالبان وحل موجب	حلان سالبان وحل موجب	حلان سالبان وحل موجب	

		بضرب أطراف المتباينة (1); (2) طرف إلى طرف : $0.1988 < -\alpha(\alpha + 1) < 0.2088$
--	--	--

**** أرجو إعلامنا إن كانت هناك أخطاء ****