

الثانويات: عيسى زريمش (حمام دباغ) - هواري بومدين (عين احسانية) يوم : 04 / 12 / 2017
حدادي عبد الله (هليلوبوليس) - شلال مسعود (قائمة) المستوى: 3 عتج المدة : ساعتان

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (06 نقط) :

لكل سؤال ثلاث إجابات ، إجابة واحدة منها صحيحة ، المطلوب : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	في مستو منسوب إلى معلم متعامد المنحنى البياني للدالة f المعرفة على $\{1\} - \square$ ب: $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ يقبل محور تناظر معادلته :	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$
02	إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على \square : $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ و h دالة معرفة على \square ب: فإن $h(x) = f(3x)$	$h'(x) = \frac{1}{x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+3}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
03	f حلا في \square للمعادلة التفاضلية : $y' + 6y - 2 = 0$ و (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، المنحنى (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا معادلته :	$y = -\frac{1}{3}$	$y = \frac{1}{3}$	$y = -\frac{1}{2}$

التمرين الثاني (07 نقاط) :

(I) f دالة معرفة على $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ ب : $f(x) = x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$
(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الوثيقة المرفقة.

1/* براءة بيانية: شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال I .

2/* g دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -x + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$.

ب) بين أن المستقيم ذي المعادلة $2 - x = y$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $+\infty$.

ج) أدرس تغيرات الدالة g .

$$k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}} \quad \square \text{ كما يلي : } \text{II}$$

(C_k) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

1/* أ) أحسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة .

2/* أكتب معادلتى المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى (C_k) في النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

3/* أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) . (الإنشاء على الوثيقة المرفقة تعاد مع ورقة الإجابة)

التمرين الثالث (07 نقاط) :

I) $g(x) = x^2 + 2 \ln x$ الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :

1 / ادرس تغيرات الدالة g .

2 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً β حيث : $0.75 < \beta < 0.76$

** استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$) .

1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) أ) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

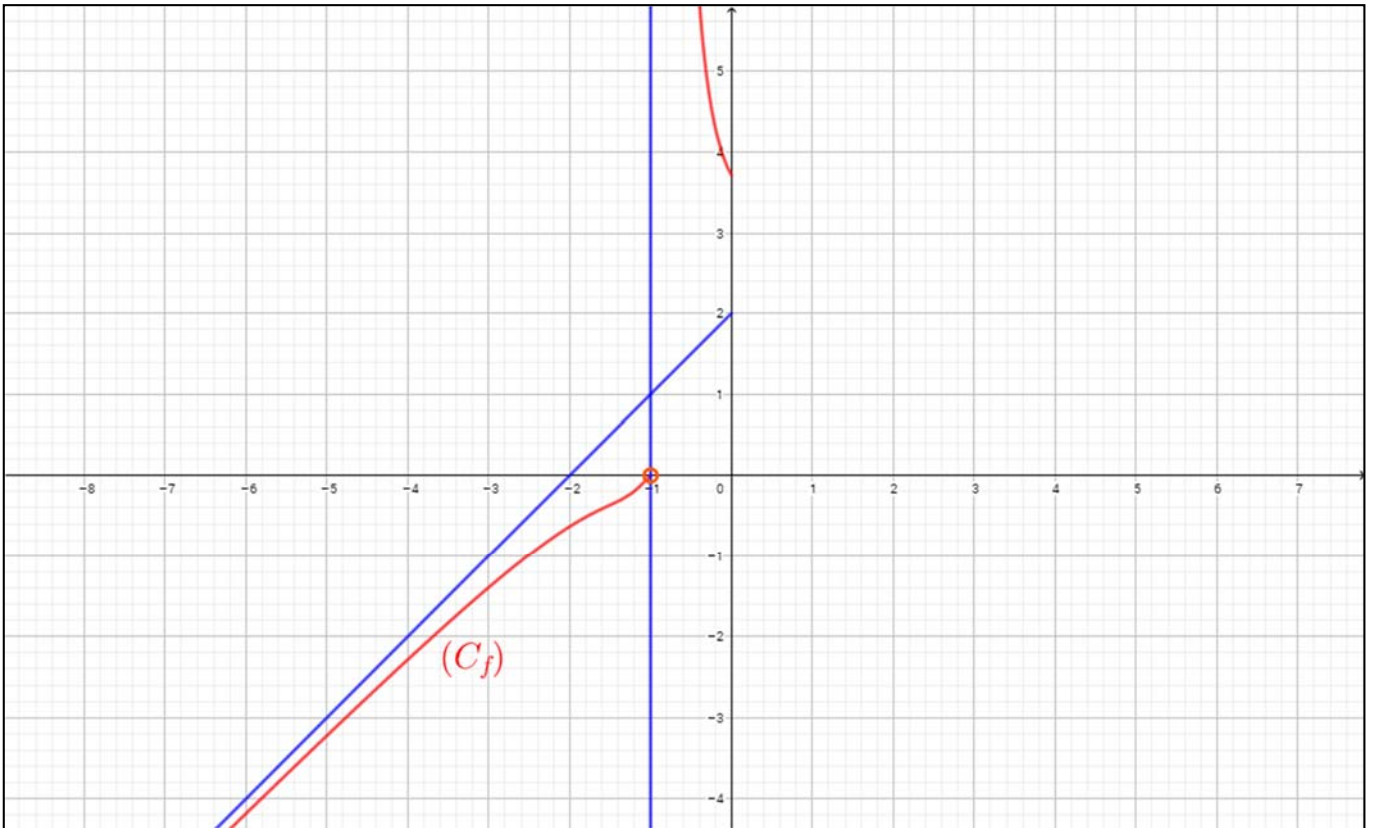
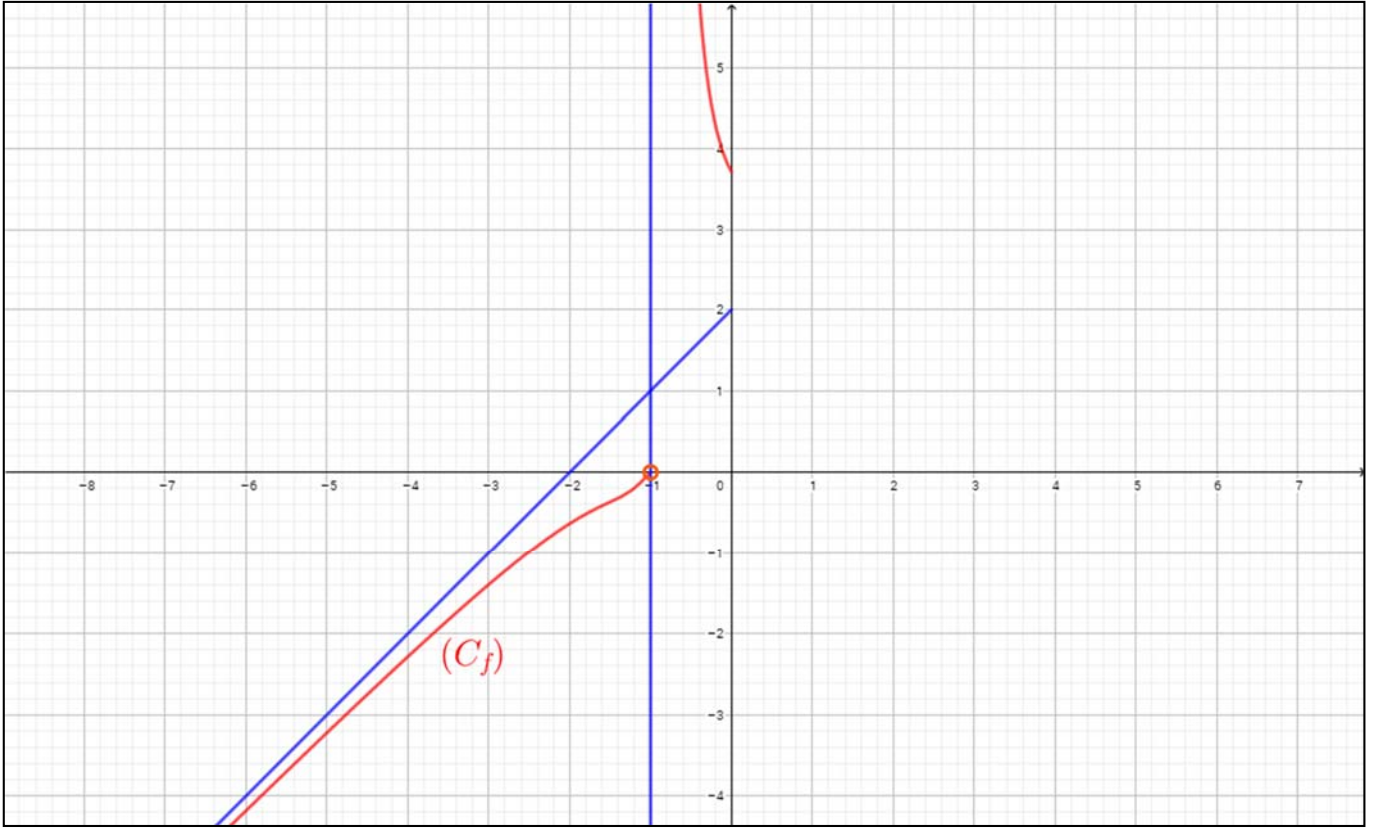
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلته .

ب) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

4) m عدد حقيقي ، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $(E) \dots -mx + 2 + 2 \ln x = 0$

حليين مختلفين موجبيين .



2018 / 2017

الثالثة علوم
تجريبية

الثانويات: زريش عيسى (حام دباع)- هواري بومدين (عين احسانية)-
غجاتي علاوة (الركنية) - شعلال مسعود (قالة) - حدادي عبد الله (هيليوبوليس)

تصحيح اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

سؤال 3	سؤال 2	سؤال 1
ب	ج	أ

التبرير:

1 من أجل كل عدد حقيقي x حيث $(1+x) \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن: $f(1+x) = f(1-x)$ ، نبين أن: $f(1+x) = (1+x)^2 - 2(1+x) - \ln(1+x-1)^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots (1)$
 $f(1-x) = (1-x)^2 + 2(1-x) - \ln(1-x-1)^2 = 1 - 2x + x^2 - 2 + 2x - \ln x^2 = x^2 - 1 - \ln x^2 \dots (2)$
 من (1) و (2) نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f)

2 لدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$h'(x) = [f(3x)]' = 3f'(3x) = 3 \left(\frac{1}{(3x)^2 + 3} \right) = \frac{1}{3x^2 + 1}$
3 $y' + 6y - 2 = 0$ تكافئ $y' = -6y + 2$ ، حلول المعادلة التفاضلية $y' = -6y + 2$ في \mathbb{R} هي الدوال y حيث $y = ce^{-6x} + \frac{1}{3}$ مع c ثابت حقيقي.

لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ce^{-6x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

التمرين الثاني:

$I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ ، $f(x) = x + 1 + e^{x+1}$ (I)

1/ تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	$e+1$

$D_g = [0; +\infty[$ ، $g(x) = -x + 1 + e^{x+1}$ /2

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + 1 + e^{x+1}) = +\infty$

ب) نبين أن المستقيم ذي المعادلة $y = -x + 2$ هو

مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $+\infty$ لدينا:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - (-x + 2)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1 + e^{x+1}) = 0$ ومنه

ج) دراسة تغيرات الدالة g :

دراسة اتجاه تغير الدالة g على $[0; +\infty[$: g تقبل الاشتقاق

على $[0; +\infty[$ ودالتها المشتقة g' : $g'(x) = -\left(1 + \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{1}{x+1}}\right)$

من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g'(x) < 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0; +\infty[$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$
$g(x)$	$1+e$	$-\infty$

جدول التغيرات :

$D_k = \mathbb{R} - \{-1\}$ ، $k(x) = -|x| + 1 + e^{\frac{1}{x+1}}$ (II)

1/1 حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{e^{\frac{1}{h+1}} - e}{h} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{e \left(e^{-e^{\frac{1}{h+1}}} - 1 \right)}{h} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{\frac{-h}{e^{\frac{1}{h+1}}} - 1}{\frac{-h}{h+1}} \times \frac{-e}{h+1} \right) = -1 - e$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h + 1 + e^{\frac{1}{h+1}} - 1 - e}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{e^{\frac{1}{h+1}} - 1}{-h} \times \frac{-e}{h+1} \right) = 1 - e$$

الاستنتاج : لدينا $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$

إذن : الدالة k لا تقبل الاشتقاق في 0 .

ب) التفسير الهندسي: بمأن الدالة k قابلة للاشتقاق في 0 من اليمين وقابلة للاشتقاق في 0 من اليسار فإن منحنى الدالة k يقبل نصفي مماسين في النقطة التي فاصلتها 0 ومنه هي نقطة زاوية.

2/ كتابة معادلتى نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x}(1+\ln x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x} \right] = 0$$

ج) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ):

لدينا $[f(x) - (-x+1)] = \frac{2}{x}(1+\ln x)$ ومنه إشارة الفرق هي من إشارة (1+ln x) وهي :

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
1+lnx	-	0	+

إذن: (C_f) يقع فوق (Δ) على $]\frac{1}{e}; +\infty[$ وتحت (Δ) على المجال $]0; \frac{1}{e}[$ و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $\left(\frac{1}{e}; \frac{-1+e}{e}\right)$.

2/ أثبات انه من أجل كل x من D_f : f'(x) = -g(x)/x²

الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f و دالتها المشتقة f' حيث

$$f'(x) = -1 + \left[\frac{-2}{x^2}(1+\ln x) + \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{x} \right] = -\frac{(x^2 + 2\ln x)}{x^2} = -\frac{g(x)}{x^2}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f : من أجل كل x من D_f

لدينا : إشارة f'(x) هي عكس إشارة g(x) وهي :

x	0	$\beta + \infty$
f'(x)	+	-

*** جدول تغيرات الدالة f :**

x	0	β	$+\infty$
f'(x)	+	0	-
f(x)	$-\infty$	$f(\beta)$	$-\infty$

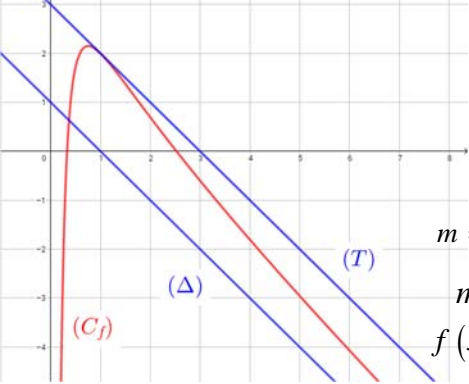
3/ * نبين أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) : نحل المعادلة

$$x^2 + 2\ln x = x^2 \text{ معناه } \frac{-g(x)}{x^2} = -1 \text{ معناه } f'(x) = -1$$

ومنه $\ln x = 0$ ومنه $x = 1$ إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T)

يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$ معادلته $y = -x + 3$

ب* التمثيل البياني:



4/ تعيين m حتى

تقبل المعادلة (E)

حليين مختلفين

موجبين : (E)

$$\text{تكافئ } m = \frac{2}{x}(1+\ln x)$$

$$\text{أي أن } m = f(x) - 1 + x$$

$$\text{ومنه } f(x) = -x + m + 1$$

حلول (E) هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات

المعادلة $y = -x + m + 1$: الموازية لـ (T) و (Δ) ومنه نجد:

المعادلة (E) تقبل حليين متمايزين موجبين تماما : من أجل

$$m \in]0; 2[\text{ أي } m + 1 \in]1; 3[$$

(C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$ معادلته $y = -x + 2$

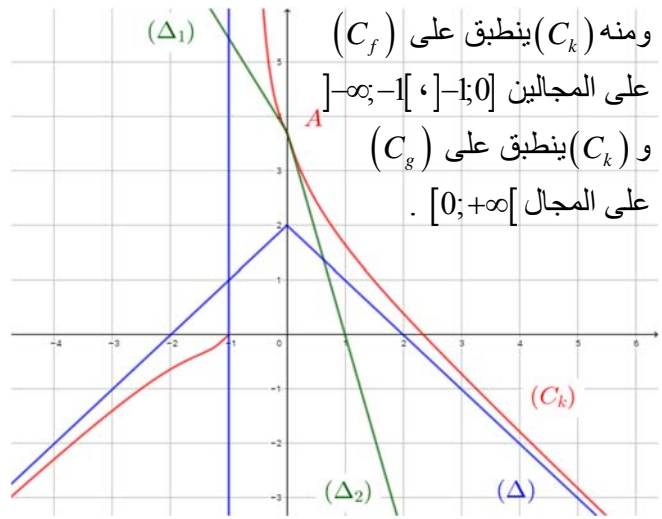
(C_k) عند النقطة التي فاصلتها x₀ = 0 :

$$(\Delta_1): y = (1-e)x + e + 1 \quad ; \quad x \leq 0$$

$$(\Delta_2): y = (-1-e)x + e + 1 \quad ; \quad x \geq 0$$

3/ رسم (Δ₁)، (Δ₂) و (C_k) :

لدينا $\begin{cases} k(x) = f(x) & ; \quad x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[\\ k(x) = g(x) & ; \quad x \geq 0 \end{cases}$



التمرين الثالث:

g دالة معرفة على $]0; +\infty[$: $g(x) = x^2 + 2\ln x$

1/ دراسة تغيرات g : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$

* g قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$: $g'(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

x	0	$+\infty$
g'(x)		+
g(x)	$-\infty$	$+\infty$

*** جدول التغيرات:**

2/ تبين أن المعادلة g(x) = 0 تقبل حلا وحيدا β حيث

$$0.75 < \beta < 0.76 \quad * : g \text{ مستمرة و متزايدة تماما على }]0; +\infty[$$

$g(0.75) < 0 < g(0.76)$ فهي مستمرة و متزايدة تماما على $]0.75; 0.76[$

و $g(0.75) \approx -0.013$ و $g(0.76) \approx 0.029$ إذن $g(0.75) \times g(0.76) < 0$

ومنه و حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل

حلا وحيدا β حيث $0.75 < \beta < 0.76$

x	0	$\beta + \infty$
g(x)	-	+

3/ إشارة g(x) على $]0; +\infty[$:

$$D_f =]0; +\infty[\quad , \quad f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x) \quad (H)$$

1/ أ) حساب نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

ب) نبين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته

	$y = -x + 1$ <p>عند $+\infty$:</p>
--	--