

الاختبار الاول في مادة الرياضيات

التمرين الاول:

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = \sqrt{U_n}$

(1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_n > 1$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . برر لماذا المتتالية (U_n) متقاربة.

(3) نعرف متتالية (V_n) على \mathbb{N} كمايلي: $V_n = \ln U_n$

(أ) برهن ان المتتالية (V_n) هندسية. يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

(ب) عبر عن كل من V_n و U_n بدلالة n

(ج) عين نهاية المتتالية (U_n)

(د) احسب بدلالة n :

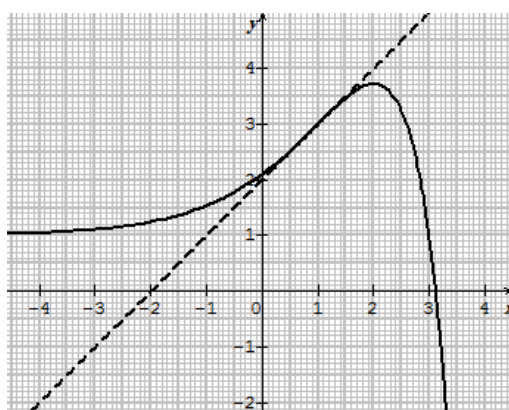
$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$S'_n = V_0^2 + V_1^2 + \dots + V_n^2$$

$$\pi_n = U_0 \cdot U_1 \cdot \dots \cdot U_n$$

التمرين الثاني:

التمثيل البياني في الشكل المقابل هو منحنى لدالة f معرفة على \mathbb{R} في معلم متعامد و متجانس .



المنحنى (C_f) يمر بالنقطة $A(3; 1)$

يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة $B(2; 1 + e)$

يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$ بجوار $-\infty$

و مماسا (T) يخترق (C_f) عند النقطة $C(1; 3)$

(1) عين $f'(2)$ ، $f'(1)$ ، $f''(1)$

(2) اكتب معادلة المماس (T)

(3) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3; +\infty[$

(4) استنتج إشارة $f(x)$ على \mathbb{R}

(5) شكل جدول تغيرات f

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = |m|$

(7) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty; \alpha[$ بـ: $h(x) = f(x) - \ln[f(x)]$

(a) اعط عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

(b) استنتج اتجاه تغير الدالة h و شكل جدول تغيراتها

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x+3}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) بين انه مهما كان x من \mathbb{R} فان: $f(x) = x - 2 + \frac{12}{e^x+3}$

(2) احسب نهايات f عند اطراف مجال التعريف

(3) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) في جوار $-\infty$ و (Δ') في جوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلتيهما

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) و (Δ')

(5) ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها

(6) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2 < \alpha < -1,5$

(7) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة $A(\ln 3; \ln 3)$

(8) بين ان A مركز تناظر لـ (C_f)

(9) ارسم (C_f) و (T) و المستقيمات المقاربة

بالتوفيق للجميع